The fundamentals of the DC are reflected in the understanding of the essence of digital technology in supporting communication, creativity and creativity, awareness of their capabilities, constraints, consequences and risks, understanding of the general principles, mechanisms and logic of digital technologies, knowledge of the basics of the operation and use of various devices, programs and networks in vocational training. the future teacher of physics. An important role in the formation of the digital competence is given to critical thinking in the approach to the reliability, reliability and impact of information and data that are accessible by digital means and awareness of the legal and ethical principles related to the use of digital technologies. When forming the digital competence, digital technologies are used to support active citizenship and social integration, cooperation with others, creativity to achieve personal, social or commercial goals.

In this case, the digital competence acquires the signs of meta-competence, which is understood as "the ability to form new skills and competencies, which is a factor contributing to the formation of professional competencies" [1]. Emphasizing the integral model of professional competence we come to the understanding of meta-competence as "the ability to overcome uncertainty, guidance and critique" [1].

From the point of view of the systematic approach, meta-competence is an integral part of the conceptual competencies associated with individual effectiveness, in which there are social (behaviour and motives), cognitive (knowledge and understanding), functional (skills and abilities) [2]. However, meta-competence is supersystem, superstring and can be positioned as the competence of higher (creative, innovative) level [2]. In between, the proposed structure of digital competence is easy to fit and is consistent with the technology of refinement of competencies [1].

The main features of the formation of the DC (the results of training) are the ability to store, use information, create and modify content, identify and view data, access and disseminate information, identify creativity, critically evaluate, personalize data, filter and update data, select from several options for solving Tasks for security of use of information, protect data, classify and select the necessary information, search and identify, copy data, and as well as work effectively with programs, devices, artificial intelligence and robots.

Describing the digital competence in terms of competence (purpose), we allocate the argumentated statement of facts, combining information, its systematization and ranking, effective data exchange, the generation of ideas and data, decision-making, achievement of goals, conducting discussions in social networks, self-expression, implementation of actions, promotion of content, programming, evaluation of data and information, redesign (modification, registration).

The development of innovative technologies involves their research and control of use, promotion and attraction, accuracy in calculations, organization of the environment, automation of production processes, originality (creation of a new combination of actions in the new conditions), terminalisation (solution of the contradiction).

In the process of technology research acquired skills are automated to the level of skill, assigned, assigned – naturalized, and solutions to problems acquire the signs of values, which are consistent with worldview factors – are internalized. The experience gained makes it possible to act as an expert. Describing the DC in terms of professional requirements, we define leadership ability, innovation, integrated use of digital technologies for professional tasks, data expertise and performance and naturalization – improving our own abilities to use digital technologies in everyday and public life.

Thus, we arrive at three goals and core components of digital competence in teacher training: digital awareness, digital literacy development, problem solving and professional problem solving through digital technology.

The allocated levels of cipher competence, their structure and analysis of the essence of the concept of "meta-competence" come to the conclusion that digital competence can be interpreted as competency that stands higher in relation to other competences, on the basis of which the acquisition and development of new abilities and personality traits.

Key words: digital competence, information literacy, information security, digital awareness, meta-competency).

Отримано: 6.09.2019

УДК 517.5

DOI: 10.326626/2307-4507.2019-25.33-38

О. І. Радзієвська[1], І. Б. Ковальська[2]

[1]Національний університет харчових технологій
[2]Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
e-mail: ir-kov@ukr.net; ORCID iD 0000 0002 2653 0152

ФОРМУВАННЯ НАВИЧОК ЗАСТОСУВАННЯ ПОНЯТТЯ ГРАНИЦІ ТА ПОХІДНОЇ ФУНКЦІЇ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ

У статті розглядаються питання використання понять границі функції і похідної функції для дослідження різноманітних процесів у фізиці. Адже функція – це предмет вивчення математичного аналізу, а граничний перехід – основний метод дослідження функцій. Тому при вивченні цих тем дуже важливо не тільки надати абстрактне означення, але і навести конкретні приклади використання цих понять.

Саме через поняття похідної, а отже і границі характеризуються швидкості зміни всіх величин, що вивчає фізика. Тому потрібно не тільки навчити студентів автоматично шукати границі чи диференціювати функції, а і виробити навички застосування цих понять для розв'язування фізичних задач, які зустрічаються у перших семестрах при вивченні курсу загальної фізики.

Зокрема, дуже наочним є використання похідної для дослідження швидкості руху тіла, якщо задано графіки залежності руху тіла від часу. Використовуючи поняття границі, формулюються означення миттєвої швидкості руху тіла, сили електричного струму, поверхневої густини заряду та розв'язуються задачі на обчислення цих величин. Деякі з таких задач і розглянуто в статті.

Ключові слова: границя функції, похідна функції, середня швидкість, миттєва швидкість, зміна функції, фізичні задачі.

Поняття границі функції в деякій точці є центральним в курсі математичного аналізу. Адже функція – це предмет вивчення матаналізу, а граничний перехід – основний метод дослідження функцій та операція, без якої неможливе означення таких важливих понять, як неперервність функції в точці, похідна функції в точці, інтеграл від функції на сегменті, сума функціонального ряду та інші.

Поняття границі функції, а з ним і похідної функції широко використовуються для дослідження різноманітних процесів у фізиці. Тому при вивченні цих тем дуже важливо не тільки надати абстрактні означення, але і навести конкретні приклади використання цих понять. Важливо показати цими прикладами, що кожен раз, коли розглядається зміна однієї величини в залежності від зміни іншої, яка наближається до деякого свого значення, застосовується поняття границі, а з ним і похідної, як характеристики швидкості зміни величини.

Головна мета при викладанні цих тем – не тільки навчити студентів автоматично шукати границі чи диференціювати функції, а і виробити навички застосування цих понять для розв'язування фізичних задач. Для цього ми рекомендуємо акцентувати увагу на загальному уявленні про границю функції та похідну, що дає можливість будувати математичні моделі фізичних явищ і розв'язувати задачі, які зустрічаються у перших семестрах при вивченні курсу загальної фізики.

1. Границя функції, неперервної в деякій точці. Інтуїтивне уявлення про прямування довільної величини до деякого свого значення позбавлене будь-якої математичної строгості. Щоб його формалізувати, розглянемо деяку функцію $y = f(x)$ і виберемо довільне значення аргумента $x = x_0$, в якому функція визначена. Далі будемо вибирати значення аргумента, поступово наближатись до точки $x = x_0$ і слідкуючи за поведінкою функції. Що означає з формальної точки зору «поступове наближення»? Потрібно задати деяке число $\delta > 0$ і утворити окіл точки $x = x_0$: $\delta(x_0) = (x_0 - \delta;\ x_0 + \delta)$.

Будемо вважати, що значення аргумента наблизилось до точки $x = x_0$, якщо спочатку воно не належало цьому околу, а потім потрапило в нього. Щоб описати необмежене наближення значення аргумента до точки $x = x_0$, потрібно зменшувати величину $\delta > 0$.

А що в цей час відбувається з функцією? Припустимо, що границя в точці $x = x_0$ існує. Тоді при прямуванні аргумента до x_0 значення функції буде прямувати до деякого числа *c*, яке і буде границею. Для форматизації поведінки функції знову оберемо традиційне число $\varepsilon > 0$ і побудуємо окіл точки *c*: $(c - \varepsilon; c + \varepsilon)$. Потім скажемо, що значення функції наблизилось до числа *c*, якщо воно спочатку не належало цьому околу, а потім зі зміною аргумента потрапило в цей окіл.

Для того, щоб виключити випадки виходу значень функції за межі ε-околу точки *c*, потрібно сказати, що якщо ми знаходимось в межах достатньо малого $\delta(x_0)$, то значення функції гарантовано потраплять в деякий $\varepsilon(c)$. Тоді число *c* і буде вважатись границею функції. Природно, що числа ε і δ повинні бути зв'язані між собою.

Отже для означення поняття границі задаємо ε-окіл точки *c* і кажемо, що це число є границею даної функції в точці $x = x_0$, якщо для довільного ε-околу точки *c* існує δ-окіл точки $x = x_0$, який залежить від ε, такий, що при знаходженні аргумента всередині $\delta(x_0)$ значення функції опиниться всередині $\varepsilon(c)$. Зазвичай це означення записують так:

$$c = \lim_{x \to x_0} f(x) \Leftrightarrow \forall \varepsilon(c),\ \exists \delta(x_0):\ \forall x \in D(f),$$

$$x \in \delta(x_0),\ f(x) \in \varepsilon(c).$$

Для прикладу розглянемо функцію $f(x) = x^3,\ x \geq 0$. Будемо, поступово наближаючись до значення $x = 1$, слідкувати за зміною функції.

x	1,5	1,2	1,1	1,05	1,02	1,01	1,005	1,001	1
$f(x)$	3,375	1,789	1,331	1,158	1,061	1,0303	1,015	1,003	1

Як видно, чим ближче ми підходимо до значення $x = 1$, тим з більшою точністю функція стає рівною 1 – функція прямує до цього значення. Якщо наближатися до числа $x = 1$ з боку менших значень, то функція все одно буде прямувати до одиниці.

x	0,5	0,9	0,95	0,995	0,9995	1
$f(x)$	0,125	0,729	0,857	0,985	0,998	1

У цьому прикладі не мало значення, з якого боку підходити до розглядуваної точки $x = 1$.

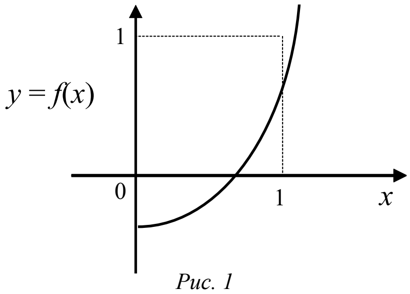

Рис. 1

Значення функції, до якого вона прямує при наближенні аргумента до певної точки (за умови, що немає залежності від того, з якого боку аргумент прямує до цієї точки), називається границею функції в цій точці (*рис. 1*). В даному прикладі можна записати $\lim_{x \to 1} x^3 = 1$.

2. Границя функції в точці розриву. Тепер розглянемо функцію $f(x) = \dfrac{1}{x^3}$ (*рис. 2*).

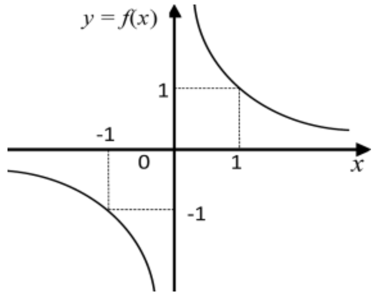

Рис. 2

Спочатку будемо наближатися до точки $x = 0$ від точки $x = 1$.

x	1	0,5	0,1	0,05	0,001
$f(x)$	1	8	1000	8000	1000000

Легко бачити, що при наближенні до нуля значення функції продовжують необмежено зростати.

Далі будемо наближатися до точки $x = 0$ від точки $x = -1$.

x	-1	-0,5	-0,1	-0,05	-0,001
$f(x)$	-1	-8	-1000	-8000	-1000000

Тепер чим ближче підходимо до значення $x = 0$, тим менше значення набуває $f(x)$. Це зменшення значень функції знову нічим не обмежене.

Отже, якщо наближатися до однієї й тієї ж точки з різних сторін, отримуємо різні значення границь. Такі границі називаються односторонніми. Звичайної границі в такому випадку не існує. Коли ж вона існує, то обидві односторонні границі рівні – це ми бачили в першому прикладі.

У другому прикладі обидві односторонні границі будуть нескінченні, причому із різними знаками. Це записують так: $\lim_{x \to 0+} \dfrac{1}{x^3} = +\infty$, $\lim_{x \to 0-} \dfrac{1}{x^3} = -\infty$. І тому кажуть, що в точці $x = 0$ функція $\dfrac{1}{x^3}$ має розрив II роду.

Запис «$x \to 0+$» означає, що ми наближаємось до точки $x = 0$ справа – отримуємо правосторонню границю функції $\dfrac{1}{x^3}$. Аналогічно «$x \to 0-$» – означає, що ми наближаємось до значення $x = 0$ зліва і отримуємо лівосторонню границю функції.

Можна розглянути необмежене збільшення аргумента – формально це записується «$x \to +\infty$».

x	1	2	5	10	50
$f(x)$	1	0,125	0,008	0,001	0,000008

Видно, що функція прямує до нуля: $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x^3} = 0$.

Аналогічно переконуємося, що таку ж границю функція має при необмеженому зменшенні аргумента: $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x^3} = 0$.

Розглянемо такий приклад. Шукатимемо границю функції в точці розриву першого роду. Для цього оберемо функцію Хевісайда (*рис. 3*)

$$\eta(x)=\begin{cases}1, & x\geq 0,\\ 0, & x<0.\end{cases}$$

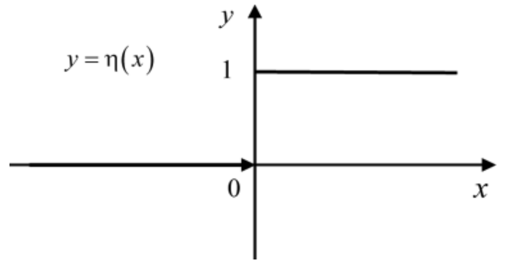

Рис. 3

Вона часто використовується в математиці і фізиці для виділення із функцій їх додатних частин.

У точці $x=0$ ця функція границі не має. Але має скінченні односторонні границі: $\lim\limits_{x\to 0+}\eta(x)=1, \quad \lim\limits_{x\to 0-}\eta(x)=0.$

Саме через те, що ліва і права границі функції Хевісайда в точці $x=0$ не співпадають, єдиної границі в цій точці немає. Кажуть, що функція має в точці $x=0$ скінченний розрив і стрибок. Величина стрибка визначається різницею правої і лівої границь: $\lim\limits_{x\to 0+}\eta(x)-\lim\limits_{x\to 0-}\eta(x)=1$.

Наведемо приклади застосувань односторонніх границь в фізиці.

Досліджуємо потік газу. Виберемо в ньому деяку поверхню. Величини, які характеризують потік газу по один бік поверхні, будемо позначати індексом 1, а з іншого боку – індексом 2. Немає нічого незвичайного, якщо проекція швидкості газу на вісь абсцис V_x зліва і справа від вибраної поверхні буде різною $V_{1x}\neq V_{2x}$.

Така ситуація сигналізує про поширення в газі ударної хвилі. Вибрана поверхня буде фронтом ударної хвилі.

Виберемо приклад з електростатики. Розглянемо діелектрик, який знаходиться в вакуумі. Створимо електростатичне поле в даній області простору. Поле буде існувати як всередині діелектрика, так і поза ним. Але на межі тіла напруженість поля буде мати стрибок. Тобто стрибок буде мати проекція вектора напруженості на нормаль до поверхні діелектрика у вибраній точці. Величина стрибка визначається діелектричною проникністю діелектрика.

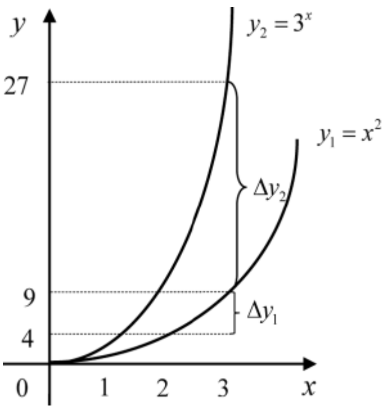

Рис. 4

3. Початкові міркування до введення поняття похідної. До поняття похідної функції можна прийти, порівнюючи швидкість зміни різних функцій в деякій точці. Почнемо розглядати швидкість зміни функції на відрізку, щоразу зменшуючи довжину відрізка. Для прикладу візьмемо дві функції: степеневу $y=x^2$ і показникову $y=3^x$, $x\in[2;3]$ (*рис. 4*).

Обидві функції на цьому відрізку зростають, але, як видно з малюнка, приріст показникової функції більший, ніж приріст степеневої, тобто

$$\Delta y_1=9-4=5,\quad \Delta y_2=27-9=18,\quad \frac{\Delta y_1}{\Delta x}=5,\quad \frac{\Delta y_2}{\Delta x}=18,$$

де Δx – довжина відрізка $[2;3]$.

Виникає питання, як буде змінюватися відношення $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ для цих функцій при зменшенні величини Δx?

Дані обчислень занесемо в таблицю, позначаючи $y_1=x^2,\ y_2=3^x$.

Відрізок $[a;b]$	$\Delta x=a-b$	$\Delta y_1=a^2-b^2$	$\frac{\Delta y_1}{\Delta x}$	$\Delta y_2=3^b-3^a$	$\frac{\Delta y_2}{\Delta x}$
[2; 3]	1	9 – 4 = 5	5	27 – 9 = 18	18
[2; 2,5]	0,5	6,25 – 4 = 2,25	4,5	15,6 – 9 = 6,6	13,2
[2; 2,2]	0,2	4,84 – 4 = 0,84	4,2	11,2 – 9 = 2,2	11
[2; 2,1]	0,1	4,41 – 4 = 0,41	4,1	10 – 9 = 1	10
[2; 2,05]	0,005	4,2 – 4 = 0,2	4	9,5 – 9 = 0,5	10

Аналізуючи отримані результати, робимо припущення, що при прямуванні Δx до нуля, швидкість зміни функції $y_1=x^2$, а саме відношення $\frac{\Delta y_1}{\Delta x}$, прямує до 4, а для функції $y_2=3^x$ відношення $\frac{\Delta y_2}{\Delta x}$ наближається до числа $9\ln 3\approx 9{,}9$. Отже швидкість зміни другої функції більша, тому і на графіку ми бачимо, що друга функція зростає швидше, ніж перша.

Розглянемо далі відрізок $[x_0;\ \ x_0+\Delta x]$ і скрізь на відрізку визначену функцію $y=f(x)$. Приріст функції $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$. Якщо функція лінійна, тобто $y=kx+b$, то приріст $\Delta y=k(x_0+\Delta x)+b-kx_0-b=k\Delta x$. Отже, швидкість зміни лінійної функції на будь-якому відрізку стала величина і дорівнює кутовому коефіцієнту нахилу прямої до осі Ox: $\frac{\Delta y}{\Delta x}=k$.

Якщо ми розглянемо довільний випадок, то графіки більшості функцій $y=f(x)$ на достатньо малому проміжку $[x_0;\ \ x_0+\Delta x]$ будуть «мало» відрізнятись від прямої. Тому для достатньо «малих» значень Δx довільної функції $y=f(x)$ можна записати

$$\Delta y\approx A\Delta x, \qquad (1)$$

де $A=const$.

Тут потрібно зробити зауваження, що таку відповідність для деяких функцій можна розглядати не в будь-якій точці. Наприклад, це не виконується для функцій $y=\frac{1}{x}$ і $y=|x|$ в точці $x=0$.

Запишемо (1) у вигляді

$$\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}\approx A. \qquad (2)$$

Величина A визначає швидкість зміни функції $y=f(x)$ на відрізку $[x_0;\ \ x_0+\Delta x]$, довжина якого Δx вважається малою. На відміну від лінійної функції, в загальному випадку A буде змінюватися в залежності від точки x_0. Якщо Δx буде прямувати до нуля (Δx буде «нескінченно малою величиною»), то формула (2) буде задавати нам швидкість зміни функції в точці x_0, і знак «≈» в цій формулі можна замінити рівністю (тобто застосувати граничний перехід).

Для ілюстрації того, що геометричним змістом похідної $f'(x)$, яка рівна границі відношення $\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ при $\Delta x\to 0$, є кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y=f(x)$ в точці x_0, використаємо графіки залежності руху тіла від часу. Встановимо, на якому з цих графіків швидкість тіла зростає, а на якому спадає (*рис. 5, 6, 7, 8*) Оскільки $S=f(t)$

і $f'(t) = S'(t) = V(t) = k$, то при $k > 0$ пройдений шлях збільшується, при $k < 0$ – зменшується. Прискорення, з яким рухається тіло $f'(t) = S'(t) = V(t) = k$ Якщо $a(t) > 0$ ($S''(t) > 0$ – функція опукла вниз і її графік розміщений над будь-якою своєю дотичною), то $V'(t) > 0$, отже швидкість $V(t)$ – зростає. При $a(t) < 0$ ($S''(t) < 0$ – функція опукла вгору і її графік розміщений під будь-якою своєю дотичною), $V'(t) < 0$, отже швидкість $V(t)$ – спадає.

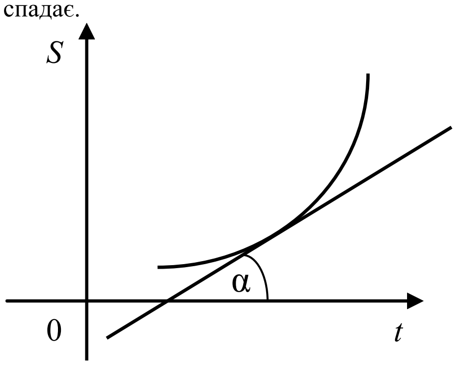

Рис. 5. $k = tg\alpha > 0$ *і* $S''(t) = V'(t) > 0$ *– швидкість зростає*

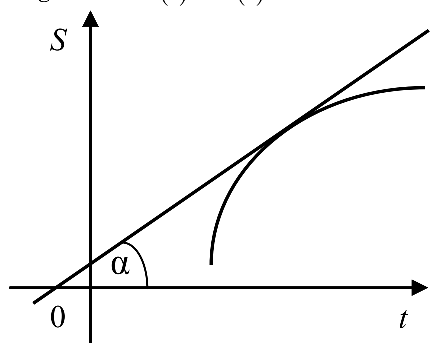

Рис. 6. $k = tg\alpha > 0$ *і* $S''(t) = V'(t) < 0$ *– швидкість спадає*

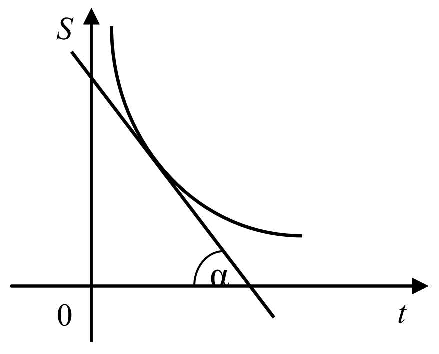

Рис. 7. $k = tg\alpha < 0$ *і* $S''(t) = V'(t) > 0$ *– швидкість зростає*

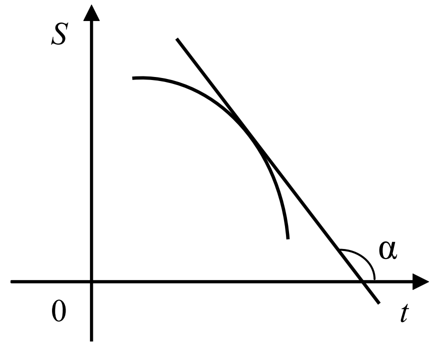

Рис. 8. $k = tg\alpha < 0$ *і* $S''(t) = V'(t) < 0$ *– швидкість спадає*

4. Швидкість прямолінійного руху. Нехай матеріальна точка *M* рухається нерівномірно вздовж деякої прямої і за час *t* проходить відстань *S*. Тоді різним моментам часу *t* відповідатимуть різні положення точки *M*, тобто відстань *S* рухомої точки *M* є деякою функцією часу t: $S = S(t)$. Потрібно знайти швидкість руху точки *M*. Але необхідно зауважити, що відстань і переміщення є різні величини: відстань є скалярна величина, а переміщення – векторна.

Якщо тіло рухається прямолінійно в одному напрямку, то модуль переміщення дорівнює відстані, що проходить тіло за певний проміжок часу. Отже, відстань вимірюється тільки часом, а переміщення є вектором, що характеризується напрямом і модулем (довжиною).

Швидкість – це фізична величина, яка дорівнює відношенню переміщення до проміжку часу, за який це переміщення відбулось.

Нехай з моменту часу *t* пройшов деякий час Δt $(\Delta t > 0)$. При цьому початкове положення тіла буде $S(t)$, а кінцеве – $S(t+\Delta t)$. Векторну величину $\Delta\vec{S} = \vec{S}(t+\Delta t) = \vec{S}(t)$ вважаємо переміщенням тіла. Тоді середньою швидкістю тіла за проміжок часу Δt назвемо вектор $\overrightarrow{V_c} = \dfrac{\Delta\vec{S}}{\Delta t}$ (average velocity).

Для прямолінійного руху в одному напрямі модуль швидкості (average speed) або середня величина швидкості $\left|\overrightarrow{V_c}\right| = \dfrac{\left|\Delta\vec{S}\right|}{\Delta t}$, де $\left|\Delta\vec{S}\right|$ – це пройдений шлях (відстань) за час Δt.

Розглянемо приклад. Припустимо, що положення тіла визначається за формулою $\vec{S}(t) = 5 + 3t - 2t^2$ (*t* – час). Знайти переміщення і середню швидкість за інтервали часу $[0;\ 1]$ і $[2;\ 4]$.

Розв'язання.

1. Запишемо схематично:

Переміщення = [Кінцеве положення] – [Початкове положення] $\to$ $\vec{S}(1) - \vec{S}(0) = 6 - 5 = 1$ (м); $\left|\overrightarrow{V_c}\right| = \dfrac{\vec{S}(1) - \vec{S}(0)}{1-0} = 1$ (м/с).

2. $\vec{S}(4) - \vec{S}(2) = -15 - 3 = -18$ (м); $\left|\overrightarrow{V_c}\right| = \dfrac{-18}{2} = -9$ (м/с).

Оскільки швидкість є векторна величина, то знак «–» вказує на те, що напрями векторів швидкості за відрізки часу $[0;\ 1]$ і $[2;\ 4]$ є протилежними.

Як бачимо, середня швидкість визначається за проміжок часу $[t;\ t+\Delta t]$ і залежить не лише від *t*, але й від довжини проміжку часу спостереження Δt. Звідси можна зрозуміти, що для того, щоб знайти швидкість тіла в момент часу *t*, потрібно визначити його переміщення за нескінченно малий проміжок часу, тобто знайти границю відношення $\dfrac{\Delta\vec{S}}{\Delta t}$, коли $\Delta t \to 0$. Ця границя буде називатися миттєвою швидкістю. Отже $\overrightarrow{V_c} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\vec{S}(t+\Delta t) - \vec{S}(t)}{\Delta t}$.

Розглянемо приклад.

Нехай камінь падає з висоти 400 м. Закон руху задано формулою $\vec{S}(t) = 16t^2$. Потрібно знайти: 1) через який час тіло впаде на землю; 2) середню швидкість падіння каменя протягом цього проміжку часу; 3) миттєву швидкість в кінці падіння.

Розв'язання.

1. Знайдемо час падіння каменя.

$$16t^2 = 400;\ t^2 = 25;\ t = 5 \text{ с}.$$

2. Знайдемо середню швидкість протягом 5-ти секунд падіння:

$$\overrightarrow{V_c} = \frac{\vec{S}(5) - \vec{S}(0)}{5} = \frac{400}{5} = 80 \ \text{(м/с)}.$$

3. Знайдемо миттєву швидкість при $t=5$:

$$\overline{V_c}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{S}(t+\Delta t)-\vec{S}(t)}{\Delta t}=$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{16(t+\Delta t)^2-16t^2}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}(32t+16\Delta t)=32t.$$

$$\overline{V_м}(5)=32\cdot 5=160 \text{ (м/с)}.$$

5. Сила електричного струму. Електричним струмом називають впорядкований рух зарядів. Однією з його основних характеристик є швидкість перенесення заряду через поперечний переріз провідника. Зазвичай вважають, що струм протікає неперервно. Математично це оформляється так, що використовується усереднений струм протягом часу Δt. Цей час трохи більший, ніж час між проходженнями через переріз провідника двох електронів. Тоді можна оперувати зарядом як неперервною величиною і означити силу струму:

$$I=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{q(t+\Delta t)-q(t)}{\Delta t}=q'(t)=\frac{dq}{dt}.$$

Тут dq – заряд, який переноситься за час dt через поперечний переріз провідника.

Розглянемо струм, що виникає внаслідок механічного переносу заряду. Нехай рівномірно заряджений по поверхні прямий круговий циліндр радіуса R рухається вздовж своєї осі зі сталою швидкістю V. Означимо поверхневу густину заряду при зміні площі поверхні ΔS:

$$\delta=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{q(S+\Delta S)-q(S)}{\Delta S}=\frac{dq}{dS}.$$

Якщо поверхня заряджена рівномірно, то $\delta=const$ для всіх значень S. Нехай величина δ відома.

Виберемо площину, перпендикулярну осі циліндра. За достатньо малий проміжок часу Δt через цю площину проходить кільце малої товщини Δl. Кільце несе заряд, рівний добутку густини заряду на площу поверхні кільця: $\Delta q=\delta\cdot 2\pi R\Delta l$.

За означенням, сила струму

$$I=\frac{dq}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\delta\cdot 2\pi R\Delta l}{\Delta t}=$$

$$\delta\cdot 2\pi R\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta l}{\Delta t}=\delta\cdot 2\pi RV.$$

Тому $I=\delta\cdot 2\pi R\cdot V$.

Означення сили струму через похідну використовується також і при розрахунку змінного струму в колі.

Висновок. У статті розглянуто ряд прикладів використання понять границі функції і похідної функції для дослідження різноманітних процесів у фізиці. Таким чином можна розглядати швидкість зміни будь-якої величини від іншої, тобто $f(x)$. Наприклад:

№	y	x
1.	Положення тіла	Час
2.	Сила струму	Час
3.	Довжина металевої балки	Температура
4.	Ціна продукції	Обсяг випуску продукції
5.	Артеріальний тиск людини	Концентрація алкоголю в крові і т.д.

Тоді середня швидкість зміни величини y при зміні величини x на деяке Δx буде

$$V_c=\frac{y(x+\Delta x)-y(x)}{\Delta x},$$

а миттєва швидкість зміни величини y

$$V_м=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{y(x+\Delta x)-y(x)}{\Delta x}. \quad (3)$$

Як бачимо, співвідношення (3) задає похідну функції $y=f'(x)$ в точці x, яка позначається $y'(x)$ або $f'(x)$.

Список використаних джерел:

1. Давидов М.О. Курс математичного аналізу: підручник для студентів фіз.-мат. факультетів педагогічних інститутів. Ч. 1. Функції однієї змінної. – К.: Вища школа, 1990. – 383 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Для втузов, том 1. – М.: Наука, 1972. – 456 с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Том 1. Механика. Молекулярная физика. – М. : Наука, 1989. – 352 с.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. Том 2. Электричество. – М.: Наука, 1989. – 442 с.

Е. И. Радзиевская[1], И. Б. Ковальская[2]

[1]Национальный университет пищевых технологий
[2]Каменец-Подольский национальный университет имени Ивана Огиенко

ФОРМИРОВАНИЕ НАВЫКОВ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОНЯТИЯ ПРЕДЕЛА И ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

В статье рассматриваются вопросы использования понятия предела функции и производной функции для исследования различных процессов в физике. Ведь функция – это предмет изучения математического анализа, а предельный переход – основной метод исследования функций. Поэтому при изучении этих тем очень важно не только предоставить абстрактные определения, но и привести конкретные примеры использования этих понятий.

Именно через понятие производной, а значит и предела характеризуются скорости изменения всех величин, которые изучает физика. Поэтому нужно не только научить студентов автоматически искать пределы или дифференцировать функции, но и выработать навыки использования этих понятий для решения физических задач, которые встречаются в первых семестрах при изучении курса общей физики.

В частности, очень наглядным является использование производной для исследования скорости движения тела, если даны графики зависимости движения тела от времени. С использованием понятия предела формулируются определения мгновенной скорости движения тела, силы электрического тока, поверхностной плотности заряда и решаются задачи на вычисление этих величин. Некоторые из этих задач и рассматриваются в статье.

Ключевые слова: предел функции, производная функции, средняя скорость, мгновенная скорость, изменение функции, физические задачи.

O. I. Radziyevska[1], I. B. Kovalska[2]

[1]National University of Food Technology
[2]Kamianets-Podilskyi National Ivan Ohiienko University

THE FORMATION OF SKILLS IN APPLYING THE CONCEPTS OF LIMIT AND DERIVATIVE OF THE FUNCTION TO SOLVE PHYSICAL TASKS

The article discusses the issues of using the concepts of function limit and derivative of the functions to study various processes in physics. Function is the object of studying of mathematical analysis and limit transition is the main method of functions study. Therefore, when studying these topics, it is important not only to give an abstract definitions, but also to provide specific examples of the use of these concepts.

The rates of change of all quantities studied by physics are characterized precisely through the concept of derivative, and hence the limit. Therefore, it is necessary not only to teach students to automatically search for limits or to differentiate functions, but also to develop skills in using these concepts to solve physical tasks that are encountered in the first semesters when studying a course in general physics.

In particular, it is very illustrative to use the derivative to study the speed of the body, if you give graphs of the depend-

ence of body movement on time. Using the concept of the limit, the definitions of the instantaneous velocity of the body, the strength of the electric current, the surface charge density are formulated and the tasks of calculating these quantities are solving. Some of these tasks are considered in the article.

Key words: function limit, derivative of the function, average velocity, instant velocity, function increment, physical tasks.

Отримано: 27.09.2019

УДК 37.02:372.853+53.08 DOI: 10.326626/2307-4507.2019-25.38-41

І. В. Сальник[1], С. П. Величко[2], Е. П. Сірик[3]

Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка
[1]e-mail: isalnyk@gmail.com; ORCID: 0000-0003-1117-9862
[2]e-mail: spvelychko@gmail.com; ORCID: 0000-0002-1692-9742
3e-mail: epsiryk@gmail.com; ORCID: 0000-0002-9201-2943

ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ КАРТИНИ СВІТУ ВЧИТЕЛЯ ФІЗИКИ В STEM-ОРІЄНТОВАНОМУ НАВЧАЛЬНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

У статті наводяться результати дослідження, пов'язаного із вивченням професійної картини світу вчителя фізики. Визначено, що існує значна кількість трактувань поняття картина світу. Неоднозначність тлумачень приводить до нечіткого розуміння складових картини світу представників різних галузей. Проведений аналіз дозволив виділити три головні аспекти, що формують професійну картину світу вчителя фізики. Серед чинників, що впливають на розвиток професійного мислення вчителя виокремлено інноваційні технології навчання, серед яких провідною сучасною технологією є STEM. Запровадження в навчальному процесі закладів загальної середньої освіти таких технологій вимагає від сучасного вчителя фізики оволодіння відповідними методичними компетентностями, а також спеціальними знаннями та вміннями на усіх етапах впровадження технологій. Визначено, що сучасному вчителю повинні бути притаманні певні риси особистості, які дозволяють йому здійснювати успішно інноваційну діяльність: комунікація, кооперація, критичне мислення, креативність. В статті визначено, що підготовка вчителя фізики з урахуванням виділених засад сприятиме формуванню його професійної картини світу.

Ключові слова: картина світу, педагогічна картина світу, професійна картина світу вчителя, навчання фізики, інтеграція, STEM-освіта, навчальне середовище.

На міжнародному симпозіумі лідерів шкільної освіти, який проходив у 2013 році в Швейцарії [9], особлива увага зверталася на результати дослідження Інституту освіти Університету Торонто 2012 року, де вивчалося сприйняття своєї роботи молодими педагогами в різних країнах. Потрібно відзначити, що професіоналізм вчителя завжди привертав увагу академічних кіл різних країн, але з початку XXI століття ця проблема стає політичною і викликає широкі громадські обговорення в рамках загальної ідеї «Teachers matter» (Вчителі важливі, за назвою аналітичного звіту, виконаного Організацією економічного співробітництва та розвитку (OECP)) [10]. В різних країнах громадські обговорення стали особливо гострими після публікацій досліджень Еріка Ханушека. Згідно з дослідженнями найбільший вплив на успішність учнів має кваліфікація працюючих в школі вчителів, яка не залежить ні від їх віку, ні від досвіду, ні від заробітної платні. Ерік Ханушек був першим дослідником, який виміряв ефективність вчителів за сумою того, що розуміють їх учні. Він довів статистично значимий вплив вчителя на успішність учнів [11].

З 80-х років минулого століття уряди різних країн, фонди, які здійснюють діяльність в системах освіти, вказують на необхідність реформування підготовки вчителів з метою підвищення професіоналізації знань. (Зокрема, в США це Carnegie Forum on Education and Economics, 1986; Gideonse, 1984; Holmes Group Project, 1986, 1990; National Commission on Excellence in Education, 1983). Для досягнення даної мети пропонуються різні засоби: підвищення адміністративних вимог; посилення загальноосвітньої підготовки (в основному через гуманітарні науки); вдосконалення професійних курсів навчання; збільшення часу на практичну підготовку; формування системи продовженого спостереження, що поширюється на перший рік викладання; диференціація способів заохочення успішних вчителів; сприяння більшій колегіальності серед вчителів.

Українська школа, яка знаходиться на шляху змін, відчуває необхідність у фахівцях з глибоким знанням свого предмета та педагогіки, з навичками та компетенціями, необхідними для управління учнями і надання їм підтримки в навчанні на основі розуміння їх соціальних та культурних особливостей.

З урахуванням того, що сучасний вчитель фізики (та й інших природничих дисциплін) має працювати в навчальному середовищі, яке за сучасними уявленнями є комп'ютерно (віртуально, хмаро) орієнтованим, а з упровадження нових інноваційних технологій, ще й STEM-орієнтованим, з'являються нові вимоги до його підготовки. У підготовці вчителів основний акцент переноситься на: формування здатності швидко орієнтуватися в інформаційному просторі, аналізувати розвиток світових технологій та доповнювати їх знаннями з різних наук; володіння відповідними методиками і елементами технічного супроводу; співвіднесення знань з різних дисциплін із системою наукового пізнання та наукового світогляду, наукової картини світу; вміння виявити та показати практичну значимість наукових знань; формування критичного мислення; розвиток дослідницької діяльності; здатність до організації та підтримки цілеспрямованої пізнавальної діяльності учнів. Насамперед, STEM-освіта – це створення умов щодо збалансованого гармонійного формування науково-орієнтованої освіти на основі модернізації математично-природничої та гуманітарних профілів освіти [1].

Міжнародні дослідження шкільної освіти показують, що в даний час вчителі в різних країнах стикаються з проблемами, які пов'язані зі складними обставинами в соціальній, економічній і політичній сферах. На сучасному етапі вчителям пред'являються дуже серйозні вимоги, що передбачає більш широку педагогічну освіту (розуміння явищ і проблем, розвиток теоретичних і практичних здібностей виявляти і вирішувати їх), яка неминуче зачіпає якісний аспект підготовки (розвиток навичок і умінь, необхідних для виконання специфічних завдань). Постійне ускладнення умов роботи вчителя, а також поява нових професійних завдань і функцій актуалізують проблеми професійного розвитку та вивчення умов формування професійної картини світу вчителя.