

---

---

**ВИМОГИ ДО МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ УЧНІВ ДЛЯ  
УСПІШНОГО ОВОЛОДІННЯ ТЕОРЕТИЧНИМ  
МАТЕРІАЛОМ З МЕХАНІКИ**

---

---

Звертається увага на проблеми у засвоєнні математичного апарату, необхідного для успішного оволодіння курсом фізики, зокрема, механікою. Пропонується формулювати вимоги до математичної підготовки мовою контролюючих завдань, які побудовані на відповідному фізичному матеріалі.

It is paid attention to problems in mastering the mathematical device necessary for successful mastering by a rate of physics, in particular, by mechanics. It is offered to formulate requirements to mathematical preparation by language of supervising tasks which are constructed on a corresponding physical material.

**Які існують загальні проблеми в оволодінні математичним апаратом,  
необхідним для успішного навчання фізики?**

Кажучи про загальні проблеми, ми маємо на увазі такі, які є спільними для всіх розділів фізики, бо про особливе положення механіки мова буде йти окремо.

Виняткова роль математики у розвитку фізичної науки загальновідома. Винятковою вона є і в навчанні фізики. У свій час видатний фізик, академік Я.Б.Зельдович висловлював думку про те, що школярі не здатні зрозуміти фізику, якщо вони не володіють необхідним запасом математичних термінів. Тут підкреслюється той факт, що фізичні закони сформульовані мовою математики, і погане знайомство з цією мовою унеможливило оволодіння знаннями з фізики.

У своїх дослідженнях ми не раз стикалися з тим фактом, що школярі та студенти, які погано володіють математикою, не здатні вивчити фізику навіть на репродуктивному рівні. На цьому треба спеціально наголосити. Всі згодні з тим, що без знання математики неможливо розв'язувати складні розрахункові задачі з фізики. Але багато хто вважає, що для засвоєння теоретичного матеріалу математичні знання не дуже вже і потрібні. Навіть закликають не переобтяжувати виклад фізичних теорій математичними перетвореннями. Дійсно, якщо на лекції відсутній демонстраційний експеримент і "багато" математики, то невідповідно налаштована аудиторія починає засинати або розважатися. З іншого боку, якщо перевіряти засвоєння теоретичного матеріалу невеличкими порціями, то складається враження, що все гаразд. Учні жваво переказують черговий параграф підручника, практично безпомилково формулюють основні теоретичні положення і правильно записують головні фізичні формули.

Але картина кардинально змінюється, якщо зробити перевірку знань теоретичного матеріалу хоча б за семестровий курс. Не треба вимагати детального викладу окремих питань. Достатньо попросити відтворити всі основні формули і означення. І різниця між тими, хто володіє математич-

## Часткові методики дисциплін ...

ним апаратом на достатньому рівні, і тими, у кого з математикою є проблеми, проявиться досить чітко. Тут треба сказати, що під достатнім рівнем ми не маємо на увазі оцінки з математики у межах від 7 до 9 балів. Достатнім ми вважаємо такий, при якому учень здатний швидко вивести забуту формулу, пригадавши інші, пов'язані з нею. Причому бажано це робити в думці, а не на папері. Іншими словами, необхідні математичні дії мають бути сформовані як *розумові* дії, а не як матеріальні або матеріалізовані, користуючись термінологією теорії поетапного формування розумових дій.

У багатьох випадках учні, які мають за 12-бальною шкалою оцінювання навіть “високий рівень” знань з математики, не в змозі її застосувати до фізики. Вони не впізнають на фізичному матеріалі тих самих задач, які досить успішно розв'язували на уроках математики. Як кажуть, немає переносу знань, умінь і навичок. З новою математичною ситуацією ще якось справляються (інакше не було б у них “високого рівня”), а на фізику перенести не можуть.

У чому ж причини такого становища? Одна з них полягає в тому, що відповідний математичний матеріал хронічно не встигає за програмою з фізики. Відповідно, на уроках фізики учні та вчителі залишаються без одного з найважливіших засобів для вивчення цього предмета. Як результат, учні навіть не знають, як пов'язані між собою формули, що вони проходять (саме *проходять!*) з фізики. Школярі примушені запам'ятовувати їх, орієнтуючись на якісь несуттєві ознаки. І найбільш старанним удається зберегти ці формули в пам'яті протягом кількох уроків фізики, поки вивчають відповідну тему. А потім вони їх ... забувають.

Складається абсурдна ситуація, яка може бути порівняна з такою: щоб полегшити учням завдання вивчити вірш, викинули кожний другий рядок, скоротивши текст удвічі. Чи будуть вдячні школярі таким методистам, які так борються з їхнім перевантаженням домашніми завданнями?

Фактично саме так полегшують долю учнів автори підручників з фізики і вчителі, випускаючи вивід формул. Але що ж їм робити, якщо необхідний математичний матеріал за існуючими програмами ще не повинен бути засвоєним школярами? Іноді його у скороченому варіанті все ж таки помічають у підручник з фізики.

Такі математичні доповнення дають формальне право авторам використовувати необхідні математичні поняття для більш адекватного викладу матеріалу. Але цим ще не забезпечується адекватне розуміння фізичного тексту. Відповідну математику треба не просто прийняти до відома, нею треба оволодіти на такому рівні, щоб вона стала дійсно засобом вивчення фізики. А для цього потрібні спеціально організовані заняття, які мають на меті засвоєння математичного апарату, необхідного для успішного навчання фізики, принаймні для якісного оволодіння теоретичним матеріалом. Щоб мати можливість перевірити, чи досягнута мета, треба висунути більш-менш чіткі вимоги до відповідної математичної підготовки. Формулювання таких вимог могло б поставити у практичній площині питання про те, як організувати таку підготовку або зробити її більш результативною.

### У чому полягає особливе положення механіки як одного з розділів фізики?

Класична механіка була першою фундаментальною фізичною теорією. Вона будувалася на декількох першопринципах, з яких дедуктивним спосо-

### **Розділ III**

---

бом за допомогою математики отримували велику кількість цікавих і важливих наслідків. Довгий час механіка була взірцем наукової теорії. Вона використовує нескладний, за сучасними уявленнями, математичний апарат. Принаймні значна частина його зараз увійшла в шкільну програму з математики. Але за тією самою шкільною програмою необхідний для механіки матеріал проходять значно пізніше того часу, коли в ньому є потреба. За образним висловлюванням Я.Б.Зельдовича, так само можна подавати сіль та перець не до обіду, а до п'ятигодинного чаю [1].

Коли ж за програмою з математики доходять до диференціального та інтегрального числення, то далеко не всі вчителі математики згадують, що ці розділи з'явилися з потреб механіки. І хоча в підручниках з математики є задачі з фізичним змістом, вони часто залишаються поза увагою вчителів і, відповідно, більшості школярів.

Обмеження суто математичними застосуваннями похідних та інтегралів приводить до того, що майбутні студенти виявляються невідповідно підготовленими до вивчення фізики у вищому навчальному закладі, яке починається знову ж таки з механіки.

На відміну від шкільного, курс загальної фізики в університеті будуватиметься на припущенні, що студенти знайомі з початками математичного аналізу ще зі школи. Але реально у більшості випадків це знайомство було дуже поверхневим, не пов'язаним з вивченням шкільної фізики. Отже, помітна частка першокурсників мало що розуміє на лекціях з механіки, бо, щоб встигати за лектором, треба досить швидко виконувати відповідні математичні операції. Для цього вони повинні бути сформовані як розумові. Мова йде про досить примітивні дії з точки зору лектора, але не такі вже прості з точки зору пересічного першокурсника. Може б він їх і виконав за декілька хвилин на папері, а потрібно, щоб встигати за лекцією, за лічені секунди і в голові.

В університетському курсі механіки зустрічаються і такі математичні об'єкти, які зовсім не вивчаються за шкільною програмою, а за університетською програмою вищої математики вивчаються після того, як вони були потрібні на лекціях і практичних заняттях з механіки.

Таким чином, механіка і в університетському загальному курсі фізики опиняється без належної математичної підтримки.

#### **Як повинні бути сформульовані вимоги до математичної підготовки?**

Зараз ми розглядаємо математичну підготовку в досить вузькому розумінні. Потрібно лише, щоб учень зміг виконувати ті конкретні математичні операції, які зустрічаються при викладі теоретичного матеріалу з механіки. Але він повинен робити це вельми швидко, в багатьох випадках у думці. Тільки в такому випадку математичні навички будуть засобом вивчення фізики. Інакше математика буде не допомагати, а тільки заважати, бо вже буде не до фізики.

Тут треба зазначити, що відповідно до діяльнісної теорії навчання його цілі повинні бути сформульовані не в термінах "міцно знати", "творчо використовувати" та інших загальних словах, а *на мові завдань* [2, с. 90]. У нашому випадку це дуже слушне зауваження. Важливим для нас є також положення про те, що "учні повинні отримувати не готові знання і просто запам'ятовувати їх, а мов би відкривати їх для себе" [2, с. 30].

Спираючись на ці загальні положення сучасної дидактики, ми пропонуємо формулювати вимоги до математичної підготовки, про яку йде мова, використовуючи задачі, які формально вимагають тільки знання відповідних розділів математики, але є такими, з якими треба буде безпосередньо мати справу в курсі механіки. Ми вважаємо, що розроблені нами завдання можна буде використовувати неодноразово для відпрацювання необхідних навичок.

**Приклади контролюючих завдань і коментарі до них**

Запропоновані нижче контролюючі завдання були створені з використанням підручників загальної фізики для вищих навчальних закладів [3; 4]. Аналіз цих підручників виявив, що вимоги до математичної підготовки студентів залежать від теми, що вивчається. Це робить можливим виправлення деяких недоліків шкільної математичної освіти вже в університеті. Але таке виправлення потребує створення окремого курсу. Крім того, неможливо навчити виконувати математичні операції швидко та у думці за декілька занять. Тому необхідно звернути більше уваги на математичну підготовку ще під час навчання у школі. Наш досвід створення та використання контролюючих завдань, про які йде мова, показав, що їх неможливо вмістити в одну контрольну роботу, якщо ми маємо на меті не тільки виявити, хто готовий до вивчення курсу механіки в університеті, а хто ні, а провести детальну діагностику для подальшої конкретної роботи.

Наведемо конкретні приклади розроблених нами завдань.

1. Розв'язати системи рівнянь та знайти вказані величини:

<p><b>а)</b></p> $\begin{cases} M \frac{dv}{dt} = Mg - f; \\ M_1 \frac{dv}{dt} = f - f_1; \\ M_2 \frac{dv}{dt} = f_1. \end{cases}$ <p><math>\frac{dv}{dt} (M, M_1, M_2, g) - ?</math></p>	<p><b>б)</b></p> $\begin{cases} m_1 \frac{d^2x_1}{dt^2} = m_1g - f_1; \\ m_2 \frac{d^2x_2}{dt^2} = m_2g - f_2; \\ m_3 \frac{d^2x_3}{dt^2} = m_3g - f_3; \\ f_2 = f_3; \\ f_1 = f_2 + f_3; \\ 2 \frac{d^2x_1}{dt^2} + \frac{d^2x_2}{dt^2} + \frac{d^2x_3}{dt^2} = 0. \end{cases}$ <p><math>\frac{d^2x_3}{dt^2} (m_1, m_2, m_3, g) - ?</math></p>	<p><b>в)</b></p> $\begin{cases} f_1 = \gamma \frac{Mm_1}{R_1^2}; \\ f_2 = \gamma \frac{Mm_2}{R_2^2}; \\ v_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1}; \\ v_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2}; \\ f_1 = m_1 \frac{v_1^2}{R_1}; \\ f_2 = m_2 \frac{v_2^2}{R_2}. \end{cases}$ <p><math>\frac{T_1}{T_2} (R_1, R_2) - ?</math></p>
---	---	--

**Розділ III**

г) 
$$\begin{cases} ma = mg \sin \alpha - F; \\ I \frac{d\omega}{dt} = FR; \\ a = R \frac{d\omega}{dt}. \end{cases}$$

д) 
$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'; \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2. \end{cases}$$

$v_2'(m_2, m_2, v_1, v_2) - ?$

$a(g, m, I, R, \alpha) - ?$

е) 
$$\begin{cases} \frac{K^2}{m_1} = \frac{K_1^2}{m_1} + \frac{K_2^2}{m_2}; \\ K_1^2 = K_2^2 + K^2 - 2KK_2 \cos \theta. \end{cases}$$

$K_2(m_1, m_2, K, \theta) - ?$

2. Запишіть апроксимуючі функції:

а)  $h = l(1 - \cos \alpha)$ , якщо кут  $\alpha$  малий;

б)  $m_0 = \frac{m_1}{1 + \frac{m_1}{m_2}}$ ; якщо  $m_2 \gg m_1$ ;

в)  $f_1 = f_0 \operatorname{tg} \alpha$ , якщо кут  $\alpha$  малий.

3. Момент інерції  $I$  тіл обертання обчислюють,

використовуючи формулу  $dI = \frac{1}{2} \pi \rho f^4(h) dh$ , де  $f$

– відстань від осі обертання до довільної точки на поверхні тіла на висоті  $h$ ,  $\rho$  – густина тіла (постійна величина). Використовуючи рисунки та вказану формулу, знайдіть моменти інерції  $I(m, R_0)$  тіл, що мають форму:

а) конусу висотою  $H$ ,

б) половини кулі;

де  $m$  – маса тіла,  $R_0$  – радіус. Нагадаємо, що об'єм

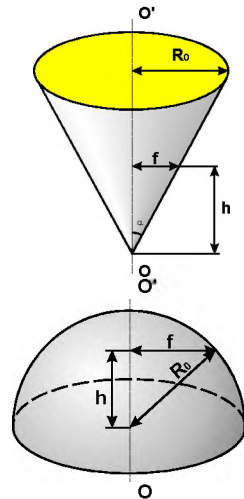
конусу дорівнює  $\frac{1}{3} \pi R_0^2 H$ .

4. Запишіть рівняння:

а)  $\Delta \vec{N} = \Delta m R^2 \vec{\omega} - \Delta m R(\vec{\omega} \times \vec{R})$ ;

б)  $\frac{d\vec{N}}{dt} + \left[ \vec{\omega}, \vec{N} \right] = 0$

у проекціях на осі  $X, Y, Z$  прямокутної системи координат.



5. Розв'яжіть диференційні рівняння та знайдіть вказані величини:

а)  $(M_0 - \mu t)dv = \mu c dt$ , де  $v(0) = v_0$ ,  $\mu, c, M_0$  – константи,  $v(t)$  – ?

б)  $\beta \frac{dv}{dt} = v_0 - v$ , де  $v_0, t, \beta$  – константи,  $v(t)$  – ?

6. Відомо, що:

Знайти (виразити через величини, що вказані у дужках):

а) 
$$\left\{ \begin{array}{l} v = \frac{dx}{dt}, \\ a = \frac{dv}{dt}, \\ F = ma, \\ F = -kx, \\ x = x_m \cos(\omega t + \varphi), 0 \leq \varphi < 2\pi, x_m \geq 0, \\ x(0) = x_0, \\ v(0) = v_0, \\ x = A \sin \omega t + B \cos \omega t, \\ E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}, \\ T = \frac{mv^2}{2} = C(1 - \cos(\Omega t + \Phi)), 0 \leq \Phi < 2\pi. \end{array} \right.$$

- 1)  $\omega(m, k)$ ;
- 2)  $x_m(\omega, x_0, v_0)$ ;
- 3)  $\varphi(\omega, x_0, v_0)$ ;
- 4)  $A(x_m, \varphi)$ ;
- 5)  $B(x_m, \varphi)$ ;
- 6)  $v(x_m, \varphi, \omega, t)$ ;
- 7)  $E(m, k, x_0, v_0, t)$ ;
- 8)  $C(m, k, x_0, v_0)$ ;
- 9)  $\Omega(\omega)$ ;
- 10)  $\Phi(\varphi)$ .

б) 
$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0 x = 0, \\ 0 < \beta < \omega_0, \\ x = a_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \alpha), \\ x(0) = x_0, \\ \dot{x}(0) = 0. \end{array} \right.$$

- 1)  $\omega(\omega_0, \beta)$ ;
- 2)  $\gamma(\omega_0, \beta)$ ;
- 3)  $a_0(\omega_0, \beta, x_0)$ ;
- 4)  $\alpha(\omega_0, \beta, x_0)$ .

в) 
$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t, \\ 0 < \beta < \omega_0; \\ x = A \cos(\omega t - \varphi). \end{array} \right.$$

- 1)  $A(f_0, \beta, \omega_0, \omega)$ ;
- 2)  $\varphi(f_0, \beta, \omega, \omega_0)$ ;
- 3) максимальне значення  $A$ ;
- 4)  $\omega$ , при якому  $A$  набуває максимального значення.

Перший досвід використання наведених завдань показав, що складними для помітного числа студентів фізичного факультету університету і учнів навіть фізико-математичного ліцею виявилися завдання на розв'язування примітивних лінійних рівнянь (наприклад, 1г). Проаналізуємо докладніше приклад контролюючого завдання, яке базується на використанні теми “Механічні коливання” (воно йде за номером 6).

### Розділ III

Як бачимо, усі фізичні формули, необхідні для виконання цього завдання, виписані в умові, тож залишається тільки виконати відповідні математичні перетворення. Але навіть це є не досить простою задачею для багатьох учнів та студентів. Наведене завдання виконували учні випускного класу фізико-математичного ліцею № 105 м. Запоріжжя та студенти IV курсу фізичного факультету Запорізького державного університету. На виконання завдання відводилося 100 хвилин. Результати представлені на рис. 1.

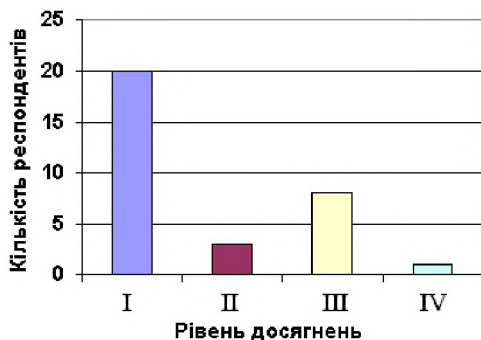


Рис. 1.

Більшість респондентів продемонстрували навички володіння відповідним математичним апаратом, які можна віднести лише до першого (початкового) рівня (менше 5 вірних відповідей). І хоча це результат першої зустрічі з таким типом завдань, він досить таки вражаючий. Особливо, якщо прийняти до уваги, що на третьому і четвертому рівні опинилися всього три студенти, а решта – школярі, які відвідували додаткові заняття з математики і фізики.

Двомодальний характер отриманого розподілу результатів свідчить про те, що завдання такого типу чітко відділяють тих учнів та студентів, які не здатні засвоїти теоретичний матеріал з фізики через недостатню математичну підготовку, від тих, які досить добре володіють математичним апаратом та переносять його на фізичний матеріал. Так, ті учні та студенти, які за успішністю виконання наведеного завдання знаходяться на першому (початковому) рівні досягнень, не в змозі виконати найпростіші математичні дії: обчислити похідну функції, розв'язати систему рівнянь з двома змінними, спростити вираз, що містить тригонометричні функції та ін. Тож про розуміння відповідного матеріалу з фізики не може бути й мови. Досить часто у їхніх роботах зустрічаються формули, які не витримують перевірки на розмірність. Це є підтвердженням відсутності зв'язку між фізикою та математикою, що значною мірою заважає нормальному засвоєнню фізики.

Слід окремо зазначити, що деякі приклади з наведеного завдання можна було розв'язати не одним способом. Наприклад, щоб виконати третю частину завдання, можна було застосувати знання тригонометрії, а можна – використати комплексні числа; для знаходження максимального значення не обов'язково обчислювати похідну, можна скористатися відомими властивостями квадратичної функції. У деяких випадках результат можна

було отримати, користуючись виключно нескладними фізичними міркуваннями. Таким чином, для тих, хто доволі вільно володіє математичним апаратом та шкільними знаннями з фізики, існувало багато можливостей для отримання відповідей та їх перевірки, тому у них відсоток правильних відповідей є доволі великим (третій та четвертий рівні досягнень).

### **Загальні висновки**

Математичний апарат має стати потужним засобом навчання фізики, зокрема, механіки. На сьогодні у більшості випадків він не виконує такої ролі. Для виправлення цього становища треба принаймні поставити конкретну ціль щодо математичної підготовки учнів у цьому напрямку. Мета такої підготовки повинна матеріалізуватися в системі завдань, виконувати які потрібно навчити учнів середньої школи, особливо тих, хто планує продовжувати свою фізичну освіту. У нашій статті ми розпочали справу створення системи завдань, яка могла б виступити як конкретизація вимог до математичної підготовки учнів для успішного навчання фізики. Запропоновані нами завдання складені на фізичному матеріалі, але для їх виконання формально потрібні тільки математичні знання. Тим учням, які погано справляються з такими завданнями, треба їх давати неодноразово, добираючись вільного володіння відповідним математичним апаратом. Отже, запропоновані завдання можна використовувати не тільки як контролюючий засіб, але і як навчаючий.

### **Список використаних джерел**

1. *Зельдович Я.Б., Хлопов М.Ю.* Драма идей в познании природы (частицы, поля, заряды). — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. — 240 с.
2. *Талызина Н.Ф.* Педагогическая психология: Учеб. для студ. сред. пед. учеб. заведений. — 3-е изд., стереотип. — М.: Издательский центр "Академия", 2001. — 288 с.
3. *Стрелков П.С.* Механика. — 3-е изд., переработанное. — М.: Издательство "Наука", 1975. — 560 с.
4. *Савельев И.В.* Курс общей физики: Учеб. пособие. В 3-х т. — Т. 1. Механика. Молекулярная физика. — 3-е изд., испр.— М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. — 432 с.

УДК 372.853

**Коновал О.А.**

*(Криворізький державний педагогічний університет)*

---

## **ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ ПРОВІДНИКА З СТРУМОМ**

---

Аналізуються фізичні причини виникнення та особливості електричного поля, яке з'являється при проходженні постійного струму по провіднику. Обговорюються методичні і методологічні аспекти цього питання.

Physical reasons of origin and peculiarities of electrical field appearing while passing direct current along conductor are analyzed. The methodical and methodological aspects of the question are considered.