Загальна кількість набраних балів	Переваги
131-150 балів	Відповідає оцінці "відмінно". Студент, який набрав таку кількість балів, одержує екзаменаційну оцінку "відмінно" без іспиту.
100-130 балів	Відповідає оцінці "добре". Студент, який набрав таку кількість балів, на іспиті відповідає на одне з питань білета. У залежності від якості відповіді виставляється екзаменаційна оцінка. Студент, у якого рейтинговий бал відповідає оцінці "добре", застрахований від незадовільної оцінки на іспиті.
55-99 балів	Відповідає оцінці "задовільно". Студент, який набрав суму балів, що відповідає даному рівню, складає іспит у повному обсязі. Екзаменаційна оцінка залежить від якості відповіді. Перевагою є можливість одержання задовільної оцінки за результатами співбесіди при незадовільній відповіді на білет.
Менше 55 балів	Студенти до іспиту допускаються в міру одержання заліку і складають іспит на загальних підставах.

Висновок

У результаті застосування модульно-рейтингової оцінки знань забезпечується зростання у студентів мотивації до систематичного і неформального навчання. При цьому виникає можливість диференціації студентів за їхніми інтелектуальними здібностями, що, у свою чергу, створює умови для індивідуальної роботи зі студентами. Крім того, рейтинговий контроль забезпечує об'єктивну і гласну оцінку знань студента і створює широкі перспективи активного використання програмованого тестування в ході навчального процесу.

Список використаних джерел

1. *Павлов Н., Артемов А., Сидорова Т., Фролов В.* Контроль знаний студентов //Высшее образование в России. — 2000. — № 1.
2. *Борзых А.П., Окалелов В.М.* Виховний аспект модульно-рейтингового контролю знань студентів //Проблеми освіти. — 2001. — С. 23.
3. *Айзенк Г.* Проверь свои способности. — М.: Мир, 1972.

УДК 371.389.3

Шелудько В.І., Кухарчук Р.П., Бурчик С.Є.
(Глухівський державний педагогічний університет)

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ТАНГЕНЦІАЛЬНИМ ПРИСКОРЕНЯМ В РІЗНИХ СИСТЕМАХ КООРДИНАТ

У статті розглядається проблема розв'язування задач у різних системах відліку. Наведено приклад такої задачі.

The article considers the problem of decision of physical tasks in different count systems. Example of such task is provided.

Основним завданням школи є розвиток всебічно розвиненої людини, на що спрямовуються зусилля вчителів школи. Зокрема, вчителі фізики повинні сформувати в учнів досконалі уявлення про будову світу, розвивати їх інтелектуальне мислення, навчити дитину адекватно сприймати явища природи і, на основі отриманих знань вміти пояснити їх. Саме задачі дають можливість сформувати у дитини аналітичне мислення, і від того, яким шляхом піде дитина – простішим чи складнішим – залежить швидкість і ефективність розв`язку задачі.

Але в шкільній практиці іноді трапляються приклади непередбачуваних ситуацій. Одним із таких прикладів є розв`язування задач в різних системах відліку. Учні, а іноді і деякі вчителі вважають, що вибір системи координат впливає ***на результат*** розв'язку задачі. Та, наскільки нам відомо, це суперечить всім законам класичної фізики, адже не ***результат розв'язку***, а ***хід розв'язування*** (тобто *легкість, зрозумілість, доступність розв'язування*) задачі залежить від вибору системи координат.

Саме з такою проблемою можна зіткнутися при розв'язанні задачі № 384 шкільного курсу фізики із задачника Римкевича [1].

Умова задачі. *Куля радіусом R знаходиться в стані спокою на поверхні Землі. З вершини кулі ковзає із стану спокою тіло, розміри якого набагато менші розмірів кулі. На якій висоті h (починаючи від поверхні Землі) тіло відірветься від кулі* (рис. 1)?

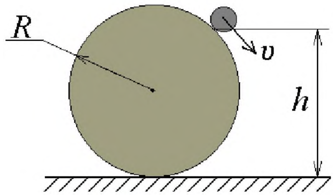

Рис. 1.

1. Спробуємо розв'язати дану задачу. Накреслимо рисунок, на якому зобразимо всі сили, які діють на рухоме тіло і прискорення, які виникають при цьому русі, а також проведемо осі координат $x'0\ y'$ (рис. 2).

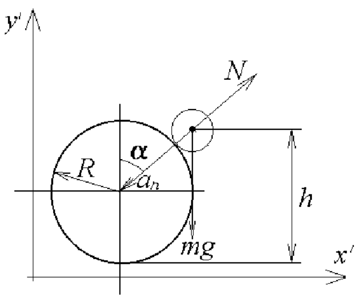

Рис. 2.

Аналізуючи рис. 2, бачимо, що із закону збереження повної механічної енергії випливає те, що різниця потенціальних енергій тіла дорівнює його кінетичній енергії в точці відриву від поверхні кулі, тобто

$$mg2R - mgh = \frac{m\upsilon^2}{2}, \qquad (1)$$

де m – маса тіла, що ковзає, g – прискорення вільного падіння (g=9,8 $м/с^2$), R – радіус кулі, h – висота, на якій тіло відірветься від поверхні кулі, υ – швидкість тіла в момент відриву від поверхні кулі.

Перетворюючи даний вираз, скоротивши масу тіла, отримуємо:

$g \cdot 2R - gh = \frac{\upsilon^2}{2}$. Звідси квадрат швидкості дорівнює

$$\upsilon^2 = 4gR - 2gh \cdot \qquad (2)$$

Тепер знайдемо проекції всіх сил і прискорень на координатну вісь $0x'$. Отримуємо:

$$N_x = N \cdot \sin\alpha,$$
$$(mg)_x = 0,$$
$$(a_n)_x = -a_n \cdot \sin\alpha.$$

Складаємо проекції всіх сил на координатну вісь $0y$ і прирівнюємо до добутку маси тіла на його прискорення по цій осі, тобто

$$N \cdot \sin\alpha = -a_n \cdot \sin\alpha .$$

Оскільки під час відриву тіла від поверхні кулі N=0, то

$$0 = -a_n \cdot \sin\alpha .$$

Перед нами абсурдний результат. В чому тут причина? Ми отримали неправильні результати внаслідок того, що не врахували тангенціальне прискорення, яке виникає при прискореному русі тіла по кулі (тіло змінює свою швидкість (розганяється) від 0 до якогось певного значення.

Отже, в такому випадку може виникнути проблема: діти не врахували тангенціального прискорення і розв'язок задачі буде невірним. Розв'язування задачі зайде в тупик.

2. Розв'яжемо цю задачу, враховуючи тангенціальне прискорення a_τ (рис. 3).

Накреслимо всі сили і прискорення, які виникають при русі тіла по поверхні кулі. При цьому необхідно не забути і тангенціального прискорення a_τ .

Знайдемо проекції всіх сил і прискорень на координатну вісь $0x'$. Отримуємо:

$$\begin{aligned} N_x &= N \cdot \sin\alpha \\ (mg)_x &= 0 \\ (a_n)_x &= -a_n \cdot \sin\alpha \\ (a_\tau)_x &= a_\tau \cdot \cos\alpha \end{aligned} \qquad (3)$$

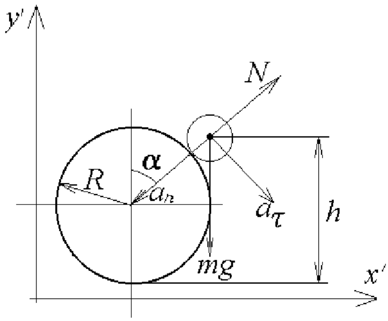

Рис. 3.

Складаємо проекції всіх сил на координатну вісь $0y$ і прирівнюємо до добутку маси тіла на його прискорення по цій осі, тобто

$$N \cdot \sin\alpha = -a_n \cdot \sin\alpha + a_\tau \cdot \cos\alpha \,. \qquad (4)$$

Оскільки під час відриву тіла від поверхні кулі $N=0$, то

$$a_n \cdot \sin\alpha = a_\tau \cdot \cos\alpha \,. \qquad (5)$$

Перетворивши дане рівняння, отримуємо

$$a_n \cdot \sin\alpha = a_\tau \cdot \cos\alpha \,. \qquad (6)$$

Звідси випливає, що

$$a_\tau = a_n \cdot tg\alpha \,. \qquad (7)$$

Знайдемо проекції всіх сил і прискорень на координатну вісь $0y'$. Отримуємо:

$$N_y = N \cdot \cos\alpha$$

$$(mg)_y = -mg$$

$$(a_n)_y = -a_n \cdot \cos\alpha$$

$$(a_\tau)_y = a_\tau \cdot \sin\alpha$$

Складаємо проекції всіх сил на координатну вісь $0y$ і прирівнюємо до добутку маси тіла на його прискорення по цій осі, тобто

$$N \cdot \cos\alpha - mg = m \cdot (-a_\tau \cdot \sin\alpha - a_n \cdot \cos\alpha)\,,\ \ (a_\tau)_y = a_\tau \cdot \sin\alpha \qquad (8)$$

Під час відриву тіла від поверхні кулі N=0, тому вираз (17) запишемо у такому вигляді

$$g = a_\tau \cdot \sin\alpha + a_n \cdot \cos\alpha \,. \qquad (9)$$

Виконаємо декілька математичних перетворень підставивши в цей вираз рівняння (16):

$$g = a_n \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \sin\alpha + a_n \cdot \cos\alpha = a_n \cdot \left(\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha} + \cos\alpha \right) =$$
$$= \frac{a_n}{\cos\alpha} \cdot \left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \right) = \frac{a_n}{\cos\alpha}. \qquad (10)$$

Перетворюючи дане рівняння, отримуємо доцентрове прискорення, яке дорівнює

$$a_n = g \cdot \cos \alpha \,. \tag{11}$$

Оскільки доцентрове прискорення визначається як $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$, то

$$\frac{\upsilon^2}{R} = g \cdot \cos \alpha \,. \tag{12}$$

Звідси випливає, що квадрат швидкості дорівнює

$$\upsilon^2 = R \cdot g \cdot \cos \alpha \,. \tag{13}$$

Прирівнюючи вирази (1) і (22), отримуємо, що

$$4gR - 2gh = R \cdot g \cdot \cos \alpha \,. \tag{14}$$

Скорочуємо обидві частини рівняння на g і отримуємо

$$4R - 2h = R \cdot \cos \alpha \,. \tag{15}$$

З рис. 4 видно, що

$$\cos \alpha = \frac{h - R}{R} \,. \tag{16}$$

Підставивши вираз (10) у вираз (9), отримуємо

$$\frac{4R - 2h}{R} = \frac{h - R}{R} \,. \tag{17}$$

Перетворивши дане рівняння, маємо, що **висота відриву тіла від поверхні кулі прямо пропорційна п'яти третім радіуса кулі:**

$$h = \frac{5}{3} R \,. \tag{18}$$

Вчителю необхідно пояснити, що при такому розв'язку необхідно враховувати ще й тангенціальне (дотичне) прискорення. Правильно розв'язати задачу без цього не має можливості.

3. Але, крім цього, ще існує один хід розв'язку. Розглянемо і його.

Проведемо систему координат $x0y$ під кутом до горизонту так, щоб вісь $0x$ співпадала із напрямком тангенціального прискорення, а вісь $0y$ – була їй перпендикулярна (рис. 4). Сенс у цьому – *проекція тангенціального прискорення на вісь $0y$ дорівнюватиме нулю*.

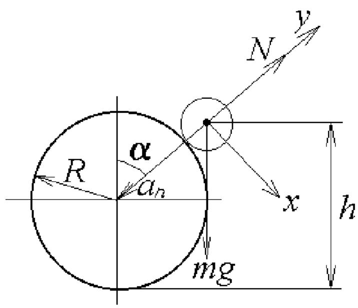

Рис. 4.

Знайдемо проекції всіх сил і прискорень на координатну вісь $0y$. Отримуємо:

$$\begin{aligned} N_y &= N \\ (mg)_y &= -mg \cdot \cos\alpha \\ (a_n)_y &= -a_n \end{aligned} \tag{19}$$

Складаємо проекції всіх сил на координатну вісь $0y$ і прирівнюємо їх до добутку маси тіла на його прискорення по цій осі, тобто

$$N - mg \cdot \cos\alpha = -a_n\,, \tag{20}$$

оскільки доцентрове прискорення визначається як $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$, то

$$N - mg \cdot \cos\alpha = -\frac{m\upsilon^2}{R}\,. \tag{21}$$

В нашому випадку (під час відриву тіла від поверхні кулі) N=0, тому вираз (4) запишемо у такому вигляді

$$-mg \cdot \cos\alpha = -\frac{m\upsilon^2}{R}\,. \tag{22}$$

Перетворюючи даний вираз, отримуємо

$$g \cdot \cos\alpha = \frac{\upsilon^2}{R}\,. \tag{23}$$

Звідси випливає, що квадрат швидкості дорівнює

$$\upsilon^2 = R \cdot g \cdot \cos\alpha\,\cdot \tag{24}$$

Прирівнюючи вирази (1) і (7), отримуємо, що

$$4gR - 2gh = R \cdot g \cdot \cos\alpha\,. \tag{25}$$

Скорочуємо g і отримуємо

$$4R - 2h = R \cdot \cos\alpha\,. \tag{26}$$

З рис. 1 зрозуміло, що

$$\cos\alpha = \frac{h - R}{R}\,. \tag{27}$$

Підставивши вираз (10) у вираз (9), отримуємо

$$\frac{4R - 2h}{R} = \frac{h - R}{R}\,. \tag{28}$$

Перетворивши дане рівняння, маємо, що ***висота відриву тіла від поверхні кулі прямо пропорційна п'яти третім радіуса кулі***:

$$h = \frac{5}{3}R\,. \tag{29}$$

Без сумніву, цей розв'язок вірний. Розв'язування задачі в системі координат $x0y$ є нескладним. При проектуванні сил і прискорень на координатну вісь $0y$ ми не враховували тангенціального прискорення. В даному випадку його проекція на дану вісь дорівнює нулю. Тому на результат задачі воно в даному випадку не впливає.

4. Таким чином, ми двома способами визначили висоту відриву тіла від поверхні кулі. Ми виявили причину, за якої не розв'язується правильно задача (незнання або неврахування учнями тангенціального прискорення).

Отже, щоб передбачити міркування дітей у системі координат $x'0\ y'$ при розв'язанні задачі треба ознайомити їх з поняттям тангенціального (дотичного) прискорення. Адже точка рухається по коловій траєкторії з ***прискоренням***, тобто вона набирає швидкість від 0 до певного значення. В шкільній програмі для рівнів А і В ця тема не передбачається. Але для рівня С (учнів природничо-математичних ліцеїв) передбачається розділ «Обертальний рух твердого тіла» (9/8 год), в якому заплановано такі теми: «Кутова швидкість», «Кутове прискорення», «Основне рівняння динаміки обертального руху», «Момент інерції», «Використання обертального руху в техніці». В темі «Кутове прискорення» вчителем повинно даватися поняття «тангенціальне прискорення» і, як приклад, можна розглянути дану задачу.

Аналізуючи сучасні підручники, даної теми ми не спостерігали. Тому перед вчителем стоїть завдання підготувати відомості щодо даної теми самостійно з додаткової літератури.

Також слід зробити висновок, що результат розв'язку задачі ***не залежить*** від вибору системи координат, залежить тільки хід розв'язування. Результат розв'язку може бути помилковим в результаті неправильного розуміння умови задачі або від неволодіння деякою частиною інформації (як у нашому випадку – незнання про тангенціальне прискорення).

Список використаних джерел

1. *Дідович М.М.* Розгляд граничних випадків під час розв'язування задач як засіб здійснення розвиваючої функції навчання //Підвищення ефективності уроків фізики. Зб. статей /Під ред. О.І.Бугайова. – К.: Рад. шк., 1986. – С. 128-129.
2. *Разумовский В.Г.* Развитие творческих способностей учащихся в процессе обучения физике. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1975. – С. 21-22.
3. *Римкевич А.П.* Збірник задач з фізики для 8-10 класів середньої школи. – К.: Вища школа, 1987. – 176 с.
4. *Фізика* //Фізика. 7-11 кл.: Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. – № 22-23, 2001.