ВЗАЄМОЗУМОВЛЕНІСТЬ І НАСТУПНІСТЬ У НАВЧАННІ УЧНІВ ФІЗИЦІ І ПРОФЕСІЙНІЙ ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ФІЗИКИ І АСТРОНОМІЇ

Андрєєв А.М., Марченко О.А.

Запорізький державний університет

МАТЕМАТИЧНА ПІДТРИМКА ВИВЧЕННЯ МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАНЬ У КУРСІ ФІЗИКИ СЕРЕДНЬОЇ ШКОЛИ

Пропонується програма курсу математичної підготовки учнів до поглибленого вивчення механічних коливань у курсі фізики середньої школи.

The program of course of mathematical preparation pupils to deepened studies mechanical fluctuations is offered in this article.

Продовжуючи роботу над створенням програми для спеціального курсу математичної підтримки фізики, зокрема механіки, ми звернулися до теми "Механічні коливання". Перш за все, необхідно було з'ясувати, на якому рівні знаходяться знання учнів. Оскільки ця програма призначена, перш за все, для учнів фізико-математичних класів, нас цікавили саме такі знання, що є необхідними для подальшого навчання, для розуміння викладачів під час лекцій, тексту підручників та ін.

Результати експериментальних досліджень

Такі завдання були складені на основі існуючих підручників та навчальних посібників з фізики та опубліковані у статті "Вимоги до математичної підготовки учнів для успішного оволодіння теоретичним матеріалом з механіки" [1] як приклади контролюючих завдань. Завдання з механічних коливань йшло за номером 6. Зазначимо, що ці завдання за своїм змістом були математичними, тобто усі необхідні фізичні формули були надані в умові і необхідно було лише виконати певні математичні дії. Зрозуміло, що у випадку невміння їх виконувати, учень (майбутній студент) не зможе вчитися за обраним профілем, оскільки і автори підручників, і викладачі орієнтуються саме на такий рівень математичних знань, який є необхідним для розуміння фізичних процесів.

Описані вище завдання були запропоновані учням фізико-математичного класу та студентам IV курсу фізичного факультету. Результати були вражаючими: значна більшість учнів та студентів виконали їх на рівні, який можна назвати лише початковим. Ось деякі проблеми, що виникали в них під час виконання завдань: невміння обчислити похідну функції, розв'язати систему рівнянь з двома змінними, спростити вираз, що містить тригонометричні функції та ін. [1]. Звичайно, можна сказати, що завдання були надто складними, оскільки навіть більшість студентів їх не виконала. Однак ці завдання створювались на основі тих підручників, які рекомендують студентам та учням, що поглиблено вивчають фізику. Про яке цілісне розуміння фізичної теорії, у даному випадку — механіки, може йти мова, якщо учні не здатні розуміти текст підручника? Такий стан справ підштовхує їх до механічного заучування формул. Звичайно, що набуті у такий спосіб "знання" швидко забуваються, від них нічого не залишається [2]. Одна з причин виникнення такої ситуації — давно відомий факт неузгодженості програм з фізики та математики. В учнів немає можливості зрозуміти фізику, якщо відповідна математика ще навіть не вивчалася.

Структура спецкурсу математичної підготовки учнів до вивчення механічних коливань

Один зі шляхів вирішення вказаної проблеми — проведення спецкурсів, на яких школярам будуть надаватися необхідні для розуміння фізики математичні знання. У попередній статті [3] були обґрунтовані основні положення програми такого курсу. Нагадаємо їх.

По-перше, математичний матеріал, що вивчається, повинен бути пов'язаний з фізикою: розв'язуючи рівняння, будуючи графіки учні повинні знати, якому фізичному процесу вони відповідають, уявляти собі цей процес. По-друге, матеріал курсу повинен вивчатися двічі, спочатку на *мінімальному рівні*, потім — на *базовому*. Така структура курсу є дещо незвичною, але в умовах браку часу вона дозволить вивести всіх школярів хоча б на мінімально необхідний рівень математичних знань. Таким чином, спершу особлива увага приділяється тим умінням і навичкам, які школярі повинні виконувати дуже швидко та подумки. *Мінімального рівня* повинен досягнути кожен учень. Не має сенсу вивчати матеріал далі, оскільки невміння виконувати елементарні математичні дії позбавляє учнів можливості розуміти фізику. Тільки після того, як знання та навички усіх школярів будуть відповідати *мінімальному рівню,* можна переходити на наступний, *базовий рівень.* Тут формально вивчається той самий математичний матеріал, але більш глибоко. Якщо часу виділено достатньо, то після завершення навчання частина учнів буде вміти виконувати всі математичні операції, що використовуються під час вивчення механіки. Наскільки великою буде ця частина учнів, залежить від конкретних умов, здібностей учнів, кількості часу.

Результативність навчання визначається зокрема цілями, які були поставлені перед початком навчання. Необхідно вміти дуже чітко розрізняти, чи досяг кожний конкретний учень мінімального рівня. Для цього цілі запропонованого спецкурсу повинні мати вигляд конкретних завдань, приклади яких наведені у програмі.

Нижче пропонується програма математичної підтримки теми "Механічні коливання". Останнім часом, згідно програми з фізики, ця тема вивчається в 11-му класі, але враховуючи наявність профільних класів, створена нами програма може використовуватись починаючи з 8-ого класу, але за умови знання учнями математичного матеріалу, що відповідає попереднім темам механіки.

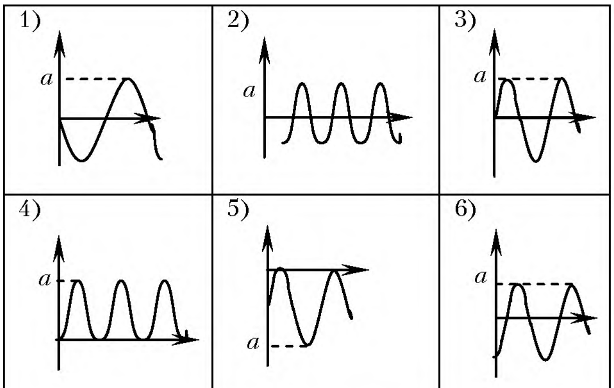
Програма спецкурсу математичної підготовки учнів до вивчення механічних коливань

1. Тригонометричні функції

Функції $x = a\sin(\omega t + \varphi)$, $x = a\cos(\omega t + \varphi)$ та їх графіки. Побудова графіків при різних значеннях параметрів. Похідні та інтеграли цих функцій. Основні тригонометричні тотожності. Тригонометричні рівняння та нерівності.

Приклади завдань мінімального рівня:

а) для наведених графіків $x = A + B\cos(\omega t + \varphi)$ написати, які значення приймають параметри A, B та x.



б) знайти похідну та первісну функції $y = 4 + 2x + 3\sin(5x + \frac{\pi}{6})$.

Приклади завдань базового рівня:

а) $\left.\begin{array}{l} E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \\ x = A\cos(\omega t + \varphi) \\ \omega^2 = \frac{k}{m} \end{array}\right\} \Rightarrow E(k, A) - ?$

б) $\left.\begin{array}{l} x = A\cos(\omega t + \varphi) \\ \upsilon_x = \dot{x} \end{array}\right\} \Rightarrow \upsilon_x(x) - ?$

2. Диференціальні рівняння, що описують різні випадки коливального руху

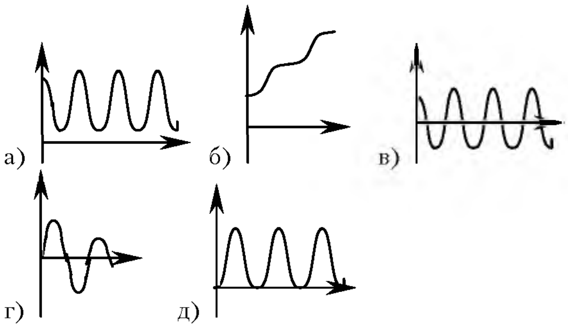
Поняття диференціального рівняння. Рух тіла під дією періодичної сили. Рух тіла під дією пружної сили. Вплив наявності сили тяжіння на вигляд попереднього рівняння. Коливальний рух тіла за умови наявності сили опору середовища.

Приклади завдань мінімального рівня:

Вибрати графік та вид сили для кожного з рівнянь, що записані у першому рядку.

1) $x = \cos 10t$; 2) $x = 3 + 2\cos 3t$;

3) $x = 4 + 5t - \sin 4t$; 4) $x = 3e^{-2t}\sin 3t$.



I) $F = -kx + b\,x$; II) $F = -kx$; III) $F = -kx + mg$;

IV) $F = kx + mg$; V) $F = f\sin\omega t$.

Приклади завдань базового рівня:

Скласти диференціальні рівняння руху математичного маятника (маса тіла m, довжина нитки l) для наступних випадків:

а) нехтуючи силою опору середовища;

б) вважаючи силу опору пропорційною швидкості тіла.

3. Отримання рівняння руху x(t) для тіла, на яке діє періодична сила. Графік отриманої функції

Приклади завдань мінімального рівня:

а) знайти значення константи C, якщо $m\ddot{x} = -\frac{f_0}{\omega}\cos\omega t + C$, $\dot{x}(0) = \upsilon_0$;

б) графік залежності $x(t)$ для тіла, на яке діє періодична сила можна представити як суму двох графіків; яких саме?

Приклади завдань базового рівня:

а) розв'язати диференціальне рівняння $5\ddot{x} = 12\cos(2t + \frac{\pi}{3})$;

б) знайти рівняння дотичної до графіка функції $x(t) = 6 + 3t - 2\cos 4t$ у точці $t = 0$.

4. Отримання рівняння руху x(t) для тіла, що рухається під дією сили пружності. Графік отриманої функції

Приклади завдань мінімального рівня:

а) яке з наведених диференціальних рівнянь відповідає руху тіла під дією пружної сили:

1) $\ddot{x} + ax = 0$; 2) $\ddot{x} - ax = 0$;

3) $\ddot{x} + ax = c$; 4) $\ddot{x} - ax = c$.

б) дві частинки рухаються за законами $x_1(t) = 6\cos(6t + \frac{\pi}{3})$, $x_1(t) = 5\cos(8t + \frac{\pi}{6})$. Яка частинка здійснює одне коливання за більший проміжок часу? З якими максимальними швидкостями та прискореннями рухаються частинки?

Приклади завдань базового рівня:

а) знайти загальний розв'язок диференціального рівняння, що описує рух фізичного маятника: $I\ddot{\varphi} = -mgl\varphi$; $m, g, l, I = const$;

б) знайти залежності потенціальної ($E_p = kx^2/2$) та кінетичної ($E_k = m\upsilon^2/2$) енергії тіла, що рухається за законом $x(t) = x_0\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$, від часу; побудувати графіки отриманих залежностей.

5. Рівняння руху x(t) для тіла, що рухається під дією пружної сили у полі тяжіння. Графік отриманої функції

Приклади завдань мінімального рівня:

а) з рівняння руху тіла $\ddot{x} = -\dfrac{x}{3} + 10$ знайти силу тяжіння, що діє на тіло, коефіцієнт жорсткості пружини та масу тіла;

б) привести рівняння руху тіла $2\ddot{x} = -5x + 20$ до вигляду $m\ddot{\xi} = b\xi$.

Приклади завдань базового рівня:

Тіло масою m підвішене до пружини жорсткістю k у полі сили тяжіння. Тіло здійснює малі коливання.

а) скласти диференціальне рівняння руху тіла, якщо нуль осі X знаходиться на відстані Δl нижче від точки рівноваги у випадку відсутності сили тяжіння;

б) розв'язати отримане рівняння, якщо $x(0) = x_0$, $\upsilon(0) = 0$;

в) побудувати відповідний графік.

6. Показникова та логарифмічна функції.

Показникова та логарифмічна функції; їх властивості і графіки. Означення і властивості логарифмів. Тотожні перетворення показникових та логарифмічних виразів. Функція $y = e^x$. Похідна та первісна показникової та логарифмічної функцій. Показникові та логарифмічні рівняння.

Приклади завдань мінімального рівня:

Амплітуда затухаючих коливань залежить від часу за законом $A = 2e^{-5t}$. Знайти:

а) максимальне значення амплітуди;

б) час, за який амплітуда коливань зменшиться в 2 рази.

Приклади завдань базового рівня:

а) $$\left.\begin{aligned} md\upsilon &= -udm \\ u &= const \\ \upsilon(0) &= 0 \\ m(0) &= m_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow m(m_0, \upsilon, u) - ?$$

б) побудувати графік *m(x)*.

7. Комплексні числа

Поняття комплексного числа. Геометричне зображення комплексного числа. Алгебраїчна, тригонометрична форми запису. Формула Ейлера. Дійсна та уявна частина комплексного числа. Прості алгебраїчні рівняння з комплексними змінними.

Приклади завдань мінімального рівня:

Для комплексних чисел $u = 2e^{-314t}$ та $\upsilon = \sqrt{2} - i$ виконати наступні дії:

а) знайти модулі;

б) записати у тригонометричній формі;

Приклади завдань базового рівня:

а) розв'язати рівняння $\lambda^2 + \omega_0\lambda + k = 0$ відносно λ, $\omega_0, \lambda > 0$;

б) виділити дійсну частину для $x = A_0 e^{-\beta t} e^{i\Omega t}$.

8. Додавання коливань (тільки базовий рівень)

Приклади завдань базового рівня:

а) $$\left.\begin{aligned} x_1 &= A_1 \sin \omega t \\ x_2 &= A_2 \sin \omega t \end{aligned}\right\} \Rightarrow x(t) = (x_1 + x_2) - ?$$

б) $$\left.\begin{aligned} x_1 &= A_1 \sin \omega t \\ x_2 &= A_2 \cos \omega t \end{aligned}\right\} \Rightarrow x(t) = (x_1 + x_2) - ?$$

9. Затухаючі коливання матеріальної точки

Отримання рівняння руху тіла під дією пружної сили та сили опору середовища. Залежність амплітуди від часу.

Приклади завдань мінімального рівня:

Для тіла, що рухається за законом $x = 5e^{-3t} \cos 4t$ знайдіть:

а) максимальну амплітуду;

б) залежність амплітуди від часу.

Приклади завдань базового рівня:

Перевірити, чи є функція $x(t) = A_0 e^{-\beta t} \times \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\, t + \varphi)$ розв'язком диференціального рівняння $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$.

10. Загальний випадок коливального руху

Складання та розв'язування рівнянь, що описують рух тіла під дією декількох різних сил (тільки базовий рівень).

Приклади завдань базового рівня:

а) показати, що диференціальне рівняння $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_o^2 x = \dfrac{f}{m}\cos\omega t$:

1) при $\omega \ll \omega_0$ зводиться до рівняння $\omega_o^2 x = \dfrac{f}{m}\cos\omega t$;

2) при $\omega \gg \omega_0$ зводиться до рівняння $\ddot{x} = \dfrac{f}{m}\cos\omega t$;

б) $$\left.\begin{aligned} \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega^2 x &= \frac{f_0}{m}\cos pt \\ x &= B\cos(pt + \varphi) \end{aligned}\right\} \Rightarrow B(f_0, m, \omega, p, \delta) - ?$$

$$\varphi(\delta, p, \omega) - ?$$

Список використаних джерел

1. *Кенєва І.П., Марченко О.А., Мінаєв Ю.П.* Вимоги до математичної підготовки учнів для успішного оволодіння теоретичним матеріалом з механіки // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського державного педагогічного університету: Серія педагогічна: Дидактики дисциплін природознавчо-математичної та технологічної освітніх галузей. — Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний педагогічний університет, інформаційно-видавничий відділ, 2002. — Вип. 8. — С. 258-265.
2. *Марченко О.А., Мінаєв Ю.П., Циганок М.М.* Проблема формування і розвитку в учнів середньої школи логічної пам'яті засобами фізики як навчального предмета // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського державного педагогічного університету: Серія педагогічна: Модель середньої фізичної освіти в умовах переходу на 12-річний термін навчання. — Коломия: ВПТ "ВІК", 2001. Вип. 7. — С. 148-153.
3. *Андрєєв А.М., Марченко О.А.* Програма математичної підготовки учнів до поглибленого вивчення механіки // Надіслано до друку в Уманський державний педагогічний університет.