(Допоміжний кут: кут між висотою бічної грані призми і бічним ребром).

Результати експериментальної перевірки розробленої диференційованої системи задач показали, що використання даної системи завдань дає можливість диференційовано формувати в учнів прийом введення допоміжного кута.

Список використаних джерел:

1. *Кулюткин Ю.Н.* Эвристические методы в структуре решений. — М.: Педагогика, 1970. — 231 с.
2. *Балк Г.Д.* О применении эвристических приемов в школьном преподавании математики // Математика в школе. — 1969. — № 5. — С.21-28.
3. *Хуторской А.В.* Эвристическое обучение: Теория, методология, практика. — М.: Международная педагогическая академия, 1998. — 220 с.
4. *Сморжевський Л.О., Сморжевський Ю.Л.* Стереометрія. Дидактичні матеріали та тематичні перевірочні роботи для рівневого навчання. — Кам'янець-Подільський: "Абетка-НОВА", 2002. — 68 с.

Отримано: 17.03.2004.

УДК 681.142.2

Ю.Л.Сморжевський

Інститут педагогіки АПН України

ДИФЕРЕНЦІЙОВАНЕ ФОРМУВАННЯ ПРИЙОМУ ВВЕДЕННЯ ДОПОМІЖНОГО ВІДРІЗКА В СТАРШОКЛАСНИКІВ НА УРОКАХ СТЕРЕОМЕТРІЇ

В статті розкрито суть прийому введення допоміжного відрізка і наведено систему вправ для диференційованого формування в старшокласників такого спеціального прийому евристичної діяльності.

In the article the main point of the method of introduction of auxiliary segment is exposed and the system of exercises for differential formation of this method for senior pupils is demonstrated.

В сучасній дидактиці велика увага приділяється евристичному навчанню, яке передбачає оволодіння учнями навчальними уміннями й навичками при вивченні основ наук, зокрема, математики, розвиток їх евристичної діяльності. Ця діяльність включає в себе: а) самі творчі процеси по створенню математичних понять, їх властивостей і відношень; б) пізнавальні процеси, необхідні для супроводження творчості; в) організаційні, методологічні, психологічні та інші процеси, які забезпечують творчу і пізнавальну діяльність учнів. Для розвитку такої діяльності потрібно цілеспрямовано формувати в школярів загальні і спеціальні прийоми евристичної діяльності на уроках математики [1].

Проблемі формування прийомів евристичної діяльності учнів на уроках математики приділяли увагу такі математики і методисти, як А.Г.Артемов, Г.Д.Балк, М.І.Бурда, Т.С.Гришина, К.В.Власенко, Ю.Н.Кулюткін, О.І.Скафа, А.В.Хуторський та інші. Однак ця проблема висвітлена ще недостатньо. Мета цієї статті — розкрити методику диференційованого формування такого спеціального прийому евристичної діяльності старшокласників на уроках стереометрії як введення допоміжного відрізка.

У багатьох задачах стереометрії вдається побудувати такі трикутники, в які входять задані лінійні і кутові елементи; тим самим є можливість знайти в побудованому трикутнику потрібні елементи і виразити їх явно через задані елементи.

Однак, є немало і таких задач, в яких дані лінійні елементи не входять ні в один з трикутників, що містять у собі дані кути; крім того, бувають задачі, в яких даються тільки кути.

В таких задачах для знаходження шуканих невідомих вводять допоміжні відрізки. За допомогою цих допоміжних відрізків шукані величини задаються як неявні функції від відомих або раніше знайдених величин.

Допоміжний відрізок вводять при розв'язуванні таких задач, в яких не дано лінійних елементів і треба знайти певну залежність між кутами. У цих задачах величину введених допоміжних відрізків звичайно знайти не можна, але для розв'язування задачі це не завжди потрібно.

Розглянемо приклади розв'язування таких задач.

1. Мимобіжні діагоналі двох суміжних бічних граней прямокутного паралелепіпеда нахилені до площини основи під кутами α і β. Знайти кут γ між цими діагоналями.

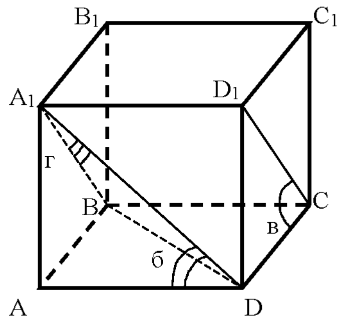

Рис. 1

Кутом між мимобіжними прямими A_1D і D_1C є кут BA_1D між прямою A_1D і прямою A_1B, паралельною прямій D_1C (*рис. 1*). Оскільки висота паралелепіпеда входить у два трикутники A_1DA і D_1CD, що мають дані кути α і β, то приймають її за допоміжний відрізок.

Позначимо $A_1A = D_1D = a$. Оскільки кут γ входить в ΔA_1DB, то його можна спробувати визначити, скориставшись теоремою косинусів. Для цього слід спочатку визначити сторону цього трикутника через висоту a і дані кути.

З ΔDD_1C $(\angle D = 90°)$: $D_1C = \dfrac{DD_1}{\sin\beta} = \dfrac{a}{\sin\beta}$, $DC = DD_1 \cdot \mathrm{ctg}\,\beta = a\,\mathrm{ctg}\,\beta$. З ΔAA_1D $(\angle A = 90°)$: $A_1D = \dfrac{AA_1}{\sin\alpha} = \dfrac{a}{\sin\alpha}$, $AD = AA_1 \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha = a\,\mathrm{ctg}\,\alpha$. Оскільки $A_1B = D_1C$, то $A_1B = \dfrac{a}{\sin\beta}$; $AB = DC$, то $AB = a\,\mathrm{ctg}\,\beta$; З ΔABD $(\angle A = 90°)$: $BD^2 = AB^2 + AD^2 =$ $= a^2\,\mathrm{ctg}^2\beta + a^2\,\mathrm{ctg}^2\alpha$.

За теоремою косинусів з ΔA_1BD: $BD^2 = A_1B^2 +$ $+A_1D^2 - 2A_1B \cdot A_1D \cdot \cos\gamma$, тому $a^2\,\mathrm{ctg}^2\beta + a^2\,\mathrm{ctg}^2\alpha =$ $+A_1D^2 - 2A_1B \cdot A_1D \cdot \cos\gamma$;

$$\frac{2\cos\gamma}{\sin\alpha\cdot\sin\beta} = \frac{1}{\sin^2\beta} + \frac{1}{\sin^2\alpha} - \mathrm{ctg}^2\beta - \mathrm{ctg}^2\alpha;$$

$$\frac{2\cos\gamma}{\sin\alpha\cdot\sin\beta} = \frac{1-\cos^2\beta}{\sin^2\beta} + \frac{1-\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}; \quad \frac{2\cos\gamma}{\sin\alpha\cdot\sin\beta} = 2;$$

$\cos\gamma = \sin\alpha \cdot \sin\beta$.

Введенням допоміжного відрізка користуються і при розв'язуванні задач, в яких задані лінійні величини не входять в один трикутник з заданими кутами.

Розв'язування таких задач введенням допоміжного відрізка зводиться до складання рівняння для знаходження одного з невідомих відрізків, який легко зв'язується з даними елементами; шукану величину знаходять за допомогою знайденого відрізка.

При складанні рівнянь слід зауважити учням, що потрібно знайти такий відрізок або два рівних між собою відрізки, які можна виразити двома різними способами через введений відрізок та дані величини і порівняти ці вирази; таким відрізком може бути і один з даних відрізків. Покажемо це на прикладі.

2. Основа піраміди – правильний трикутник, сторона якого *a*. Два бічних ребра піраміди утворюють з площиною основи кут β, а грань між ними нахилена до площини основи під гострим кутом α. Знайти об'єм піраміди (*рис. 2*).

Оскільки $\angle SAO = \angle SBO$, то $AO = BO$. Отже, основа висоти *O* рівновіддалена від вершин *A* і *B* основи і тому лежить на висоті *CD* правильного трикутника *ABC*.

Дані сторони основи з кутами α і β безпосередньо не пов'язуються, тому цю задачу доцільно розв'язувати, ввівши допоміжний відрізок.

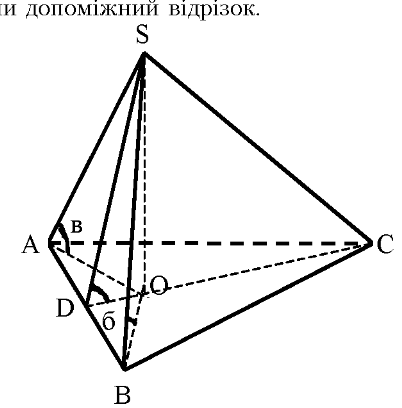

Рис. 2

Висота *SO* піраміди входить в прямокутні трикутники, в яких відомі кути, до того ж саме висота потрібна для визначення об'єму піраміди; тому висоту ми і приймемо за допоміжний відрізок.

Позначимо $SO = x$; тоді $AO = x\operatorname{ctg}\beta$; $DO = x\operatorname{ctg}\alpha$, і для визначення x маємо рівняння: $AO^2 - DO^2 = AD^2$, або $x^2\operatorname{ctg}\beta - x^2\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{a^2}{4}$, звідки

$$x^2 = \frac{a^2}{4\left(\operatorname{ctg}^2\beta - \operatorname{ctg}^2\alpha\right)} = \frac{a^2\sin^2\alpha\sin^2\beta}{4\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)},$$

$$x = \frac{a\sin\alpha\sin\beta}{2\sqrt{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}}.$$

$$V = \frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{a\sin\alpha\sin\beta}{2\sqrt{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}} = \frac{a^3\sqrt{3}\sin\alpha\sin\beta}{24\sqrt{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}}.$$

В зв'язку з переходом загальноосвітніх шкіл на рівневе навчання ми пропонуємо диференційовано формувати в учнів даний прийом евристичної діяльності. Нами розроблена диференційована система завдань по трьох рівнях (середній, достатній і високий) [2, 3].

Середній рівень

1. Обчислити кут, під яким діагональ куба нахилена до його грані.
(Допоміжний відрізок: ребро куба).

2. В трикутній піраміді *SABC* бічні грані *SAB* і *SBC* перпендикулярні до площини основи, $\angle BCA = 90°$, $\angle BAC = \beta$, $\angle SAB = \alpha$, $\angle SAB = \gamma$. Знайти залежність між кутами α, β і γ.
(Допоміжний відрізок: сторона основи піраміди).

3. У правильній чотирикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює α. Знайти двогранний кут при основі піраміди.
(Допоміжний відрізок: сторона основи піраміди).

4. Діагональ куба дорівнює *6* см. Знайти площу його однієї грані.
(Допоміжний відрізок: ребро куба).

5. Площа повної поверхні куба дорівнює *3* см^2. Знайти довжину діагоналі грані куба.
(Допоміжний відрізок: ребро куба).

6. В основі призми лежить рівносторонній трикутник, площа якого $9\sqrt{3}$ см^2. Знайти об'єм призми, якщо її висота в $\sqrt{3}$ раз більша, ніж сторона основи.
(Допоміжний відрізок: сторона основи призми).

7. Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює *6* см, а радіус кола, вписаного в її основу, дорівнює $\sqrt{3}$ см. Знайти бічну поверхню піраміди.
(Допоміжний відрізок: сторона основи піраміди).

8. Об'єм правильної чотирикутної піраміди – *48* см^3, а висота – *4* см. Знайти сторону основи піраміди.
(Допоміжний відрізок: сторона основи піраміди).

Достатній рівень

1. Знайти відношення об'єму куба до об'єму правильного тетраедра, ребро якого дорівнює діагоналі куба.
(Допоміжний відрізок: ребро куба).

2. Основою прямого паралелепіпеда є ромб, площі діагональних перерізів якого дорівнюють *S* і *Q*. Знайти площу бічної поверхні паралелепіпеда.
(Допоміжний відрізок: бічне ребро паралелепіпеда).

3. Розміри прямокутного паралелепіпеда відносяться як *1* : *2* : *3*. Повна поверхня паралелепіпеда дорівнює *352* см^2. Знайти його розміри.
(Допоміжний відрізок: сторона основи паралелепіпеда).

4. Основою піраміди є правильний трикутник, площа якого дорівнює *S*. Одна бічна грань піраміди перпендикулярна до площини основи, а дві інші нахилені до неї під кутом α. Знайти об'єм піраміди.
(Допоміжний відрізок: сторона основи піраміди).

5. Сторони основ правильної зрізаної трикутної піраміди відносяться як *1* : *2*, висота піраміди дорівнює *3* см, бічне ребро утворює з більшою основою кут *45°*. Знайти площі основ піраміди.
(Допоміжний відрізок: сторона верхньої основи зрізаної піраміди).

Високий рівень

1. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро рівне *b*, а двогранний кут при основі – α. Знайти бічну поверхню піраміди.
(Допоміжний відрізок: сторона основи піраміди).

2. Площа бічної поверхні правильної шестикутної призми дорівнює *Q*. Знайти площу перерізу призми площиною, що перпендикулярна до більшої діагоналі основи і ділить її у відношенні 1 : 1.
(Допоміжний відрізок: сторона основи призми).

3. Довжини сторін основ і висота правильної чотирикутної зрізаної піраміди відносяться як *4,5* : *3* : *1*. Площа бічної поверхні – *3* дм^2. Знайти площу повної поверхні піраміди.
(Допоміжний відрізок: висота зрізаної піраміди).

Дану систему диференційованих завдань було перевірено експериментально. Результати експерименту засвідчують, що використання цієї системи в навчальному процесі дає можливість диференційовано формувати в старшокласників такий спеціальний прийом їх евристичної діяльності як введення допоміжного відрізка.

Список використаних джерел:

1. *Хуторской А.В.* Современная дидактика. — М.: Международная педагогическая академия, 2002. — 320 с.
2. *Критерії* оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої школи // Математика в школі. — № 4. — 2001. — С.7-9.
3. *Сморжевський Л.О., Сморжевський Ю.Л.* Стереометрія. Дидактичні матеріали та тематичні перевірочні роботи для рівневого навчання. — Кам'янець-Подільський: "Абетка-НОВА", 2002. — 68 с.

Отримано: 24.03.2004.

УДК 371.68: 004

М.П.Шишкіна

Інститут засобів навчання АПН України

ФОРМУЛЮВАННЯ КОНЦЕПТУАЛЬНИХ ВИМОГ ДО СТРУКТУРИ ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ З ЕЛЕМЕНТАМИ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

У роботі окреслено ряд концептуальних вимог до структури комп'ютерно орієнтованих засобів навчання з елементами штучного інтелекту. Здійснено класифікацію вказаних засобів відповідно до типів системності знання та показано, що на цій основі можна ґрунтувати предметні вимоги до засобів.

In this paper conceptual demands for aids of computer-aided instruction based on artificial intelligence are described. Classification of aids in question as for types of knowledge integrity is made and it is shown that domain demands for such aids could be based on such classification.

Розробка державних стандартів у галузі засобів навчання спирається на систему концептуальних вимог до структури цих засобів. Особливо актуальною є розробка вказаних вимог у сфері комп'ютерно орієнтованих засобів навчання, стандарти в якій тільки формуються [1].

Важливим класом комп'ютерно орієнтованих засобів навчання є програми з елементами штучного інтелекту. Цей клас програм складає досить значну частку у галузі, програми даного типу характеризуються найбільш потужними, витонченими та комплексними моделями знань та міркувань учня, процесу навчання. Відтак, складність оцінювання програм даного типу є похідною від складності структури самого знання.

Розробка концептуальних вимог до структури комп'ютерно-орієнтованих засобів навчання — це комплексна проблема. Її вирішення може проводитись на багатьох рівнях. Можна вказати на санітарно-гігієнічні вимоги, технічні вимоги, психолого-педагогічні вимоги, загально-дидактичні вимоги, вимоги до інтерфейсу, вимоги до компонентного складу та функцій засобу, а також до етапів розробки.

В даній статті буде розглянуто структурні вимоги, які спираються на аналіз будови та організації предметних знань, що закладені в основу програм.

Постановка проблеми. Подальший розвиток та впровадження сучасних комп'ютерно орієнтованих засобів з елементами штучного інтелекту потребує розробки концептуальних вимог до їх структури.

Ступінь розробки проблеми. Хоча окремі аспекти вимог до комп'ютерно-орієнтованих засобів навчання в останній час висвітлюються в літературі [3; 4; 6; 7], вимоги до програм з елементами штучного інтелекту практично не розроблені.

Мета і завдання дослідження. Запропонувати класифікацію засобів навчання з елементами штучного інтелекту та розробити вимоги до їх структури, спираючись на результати аналізу будови та функцій предметних знань, що закладені в основу програм.

Класифікація засобів навчання з елементами штучного інтелекту

1. Експертна система навчального призначення — система, що здійснює керування навчанням в деякій предметній галузі шляхом надання послідовності навчальних завдань, наведення пояснень до них, діагностики помилок та контролю досягнутого рівня знань. Моделювання діяльності учня ґрунтується на знаннях. Обробка знань передбачає отримування наслідків на основі наявних знань, генерування відповідей на запитання, здійснення логічних висновків та перетворень в процесі розв'язання задач, пояснення послідовності своїх міркувань у формі, що зрозуміла людині [2; 3; 5; 8].

Існує ряд різновидів систем даного типу.

Експертна система ведення навчального діалогу. Застосовується, як правило, для опанування понятійного апарату деякої предметної галузі шляхом постановки запитань та надання відповідей.

Експертна система навчання мов або система перекладу. Призначена для навчання різних аспектів використання мов — поповнення словникового запасу, формулювання та написання виразів, автоматичного здійснення перекладу, ведення діалогу тощо.

Експертна система навчання предметних або штучних мов. Може застосовуватись для опанування правил використання символіки, перетворень формул, рівнянь, побудови висловлень формальних мов тощо.

Експертна система класифікації. Призначена для навчання розв'язанню задач класифікації, наприклад, у біології, хімії, медицині та інших. Робота з системою полягає в опануванні правил класифікації для віднесення об'єктів вивчення до певного класу, типу, виду, підвиду тощо.

Проблемно-орієнтована експертна система. Застосовується для розв'язання задач що потребують планування, побудови алгоритмів, проблемно-орієнтованих правил або схем, кожна з яких веде до розв'язання певної задачі або підзадачі тощо у різноманітних галузях.

Експертна система доведення теорем. Призначена для навчання розв'язанню задач на доведення, що полягає в отриманні наслідків на основі сукупності аксіом (вихідних тверджень), теорем (вивідних тверджень) та правил висновку.

2. Мікросвіт.

Моделюючі середовища (мікросвіти) застосовуються для вивчення деякого цілісного розділу курсу. В структурі середовища реалізовані засоби опису і оперування з досліджуваними об'єктами, їх властивостями, взаємовідношеннями на мові програмного забезпечення. Це програми імітаційного моделювання деякого мікросвіту з можливістю досягнення певних навчальних цілей, керуючись методичними вказівками. Досить