до виняткового зростання ступеня засвоєння матеріалу в порівнянні з традиційними методами, стверджують фахівці. Навчання з використанням аудіовізуальних засобів комплексної обробки інформації є найінтенсивнішою формою навчання; учбовий матеріал, дидактично підготовлений фахівцями, орієнтується на індивідуальні здібності суб'єктів навчальної діяльності. Індивідуальна діалогова комунікація за допомогою відео-, графічних, текстових і музично-мовних вставок настільки інтенсивна, що максимально полегшує процес навчання; гіперсередовище дозволяє розширити можливості інформаційного впливу на користувача і залучає його безпосередньо до процесу навчання [1].

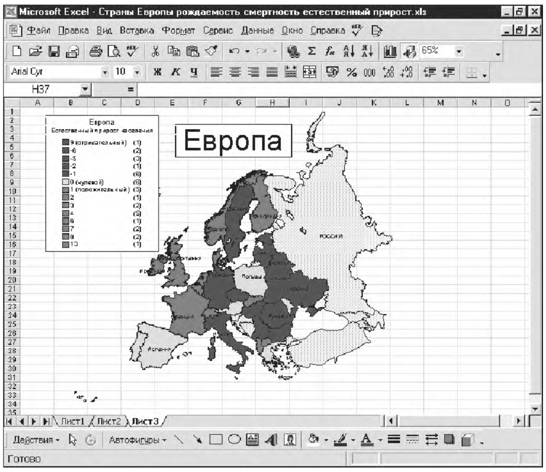

Рис. 4

При створенні подібних видань виробникам програмної індустрії потрібно більш комплексно підходити до питання тематичного наповнення курсів, значно урізноманітнюючи тематику занять, що передбачається супроводжувати ними, щоб педагогам-предметникам не довелось відшукувати мультимедіа-матеріали і створювати власні розробки, витрачаючи на це багато часу і ресурсів.

Список використаних джерел:

1. *Батищев В.И., Мишин В.Ю.* Информационные технологии обучения // Материалы международной научно-методической Интернет-конференции «Информационные технологии в образовательной среде современного вуза» (31.05.04-20.06.04). — Белгород, БГТУ имени В.Г.Шухова.

Отримано: 18.03.2004.

УДК 371.212.3

О.В.Стара, О.Р.Гарбич

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка

ДЕЯКІ ІНТЕРАКТИВНІ МЕТОДИ У ФОРМУВАННІ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ

У статті розглядаються деякі інтерактивні методи розвитку здібностей учнів у процесі формування творчої особистості при впровадженні синергетичної парадигми освіти.

In the article are considered some interactive methods of children development capabilities in the process of forming a creative personality at introduction of synergetic paradigm of education.

На сьогоденному етапі освіта є домінуючою ознакою високорозвинутого суспільства. Основною метою освіти стало оволодіння системою знань, нагромаджених людством, методами дослідження різних наукових проблем та формування гуманітарного потенціалу нації.

Процес навчання має спиратися на саме життя, з нього мають черпатися основні дидактичні правила, згідно з якими навчати треба не тільки з життя, але й для життя, як стверджував Ян Амос Коменський.

Але головне — навчання обов'язково повинне супроводжуватися розвитком здібностей, виробленням самостійного підходу до одержання знань, сприяти інтелектуальному і творчому розвитку особистості. Навчання повинне спиратися на розум і його вдосконалення. Розум і навчання єдине ціле в здобутті освіти [5]. У цьому процесі важливу роль відіграє пізнавальний інтерес, найважливішим компонентом якого є мислення, яке тісно пов'язане з розумом [6].

Розвиток держави неможливий без спеціалістів, які змогли б піднести на вищий рівень прикладні науки. У розв'язанні цієї проблеми велику роль відіграє розвиток математичної освіти. Математичні методи є провідними майже в усіх галузях людської діяльності. Тому підвищення рівня математичної освіти — одна з головних задач школи, що призводить до створення нових методичних систем, які б забезпечували свідоме засвоєння математичних дисциплін. Освіта "*є засобом відтворення інтелектуального, духовного потенціалу народу, дієвим чинником модернізації суспільства, зміцнення авторитету держави на міжнародній арені*" [2].

Шкільний курс математики має невичерпні можливості для всебічного розвитку особистості, є важливим компонентом у формуванні інтелектуальних здібностей учнів, тому потрібно покращувати попередні та шукати нові форми якісного навчання.

При навчанні потрібно досягати не тільки формального знання аксіом, теорем, формул (хоч це і важливо при розв'язуванні задач), а й намагатися пробуджувати в учнів здібність і смак до самостійного мислення, узагальнювати поняття (на прикладі теореми Вієта, теореми Піфагора і т.д.), вміння мислити аналогіями (використовувати властивості алгебраїчних дробів, які аналогічні властивостям арифметичних, сфера — просторовий аналог кола, властивості бісектральної площини аналогічні властивостям бісектриси плоского кута і т. ін.).

Навчання є основним інструментом і засобом освіти. На сьогодні модель освіти вміщує чотири основні компоненти: предметні знання, способи діяльності, досвід творчої діяльності, емоційно-ціннісне ставлення до світу, які є взаємопов'язаними. Знання це база інтелекту, "*знання веде за собою розвиток*" [1].

Оскільки незмірно виріс і зростає далі об'єм інформації, який значно перевищує можливості його передачі системою навчання, була сформульована ідея безперервної освіти. Слід зауважити, що при такій системі освіти звертається увага на навчання, а не на виховання. Виникає феномен *"освіти без культури"* [7]. Постає питання про зміну освітньої парадигми: перехід від просвітницької (інформаційної) моделі освіти (технократичної або раціональної) до творчої (синергетичної). Саме у цій парадигмі може бути побудоване особистісно орієнтоване навчання, основне завдання якого — розвиток творчих здібностей учня та його виховання шляхом побудови індивідуалізації навчання, тобто робота з кожним учнем зокрема [4]. У цій системі урок залишається основним елементом навчального процесу. Але на уроці учні не просто засвоюють пропонований вчителем матеріал, а й усвідомлюють, яким чином він отриманий. Своєю задачею урок має посилити інтерес учня до самостійної творчої роботи — від розв'язання нестандартних задач до олімпіадних. Учитель повинен показати вміння створювати знання. Адже відомо, що у кожному класі є від одного до п'яти учнів, які мають вроджені математичні здібності; чим здібніша дитина, тим важчі завдання їй потрібно пропонувати.

Пошуки шляхів удосконалення роботи з обдарованими дітьми можуть вестися у таких напрямках:

- зацікавлення формою проведення занять. Це уроки ерудитів, брейн-рингу, конференцій;
- поглиблення змісту уроків за рахунок міжпредметних зв'язків (уроки-панорами, уроки-подорожі, інтегровані уроки);
- розвитку творчості учнів, реалізації їхніх потреб у спілкуванні;
- проведенні проблемно-наукової, експериментальної роботи.

На сьогодні вже можна говорити про становлення парадигми особистісно орієнтованої освіти, рушійною силою якої є взаємодія особистість-особистість, їх діалогічне спілкування [4].

Така методика навчання зможе не тільки покращити теоретичну і практичну підготовку учня, а й створити умови для розвитку особистісних якостей дитини; вона, враховуючи всі вікові і розумові здібності учня, повинна бути варіантною.

Звичайно, наша школа відразу не може перейти на використання цієї парадигми. На це є багато причин: велика кількість учнів у класі, не підготовлені до цього і вчителі. Але деякі елементи особистісно орієнтованого навчання можна використовувати вже зараз.

Важливу роль тут може відігравати організація гурткової і позаурочної роботи зацікавлених і обдарованих учнів. У процесі розв'язання цікавих задач на уроках вчитель створює групу математично здібних учнів, з якими розпочинає гурткову роботу. Обдаровані діти володіють нестандартним баченням, нешаблонним мисленням, кмітливістю, догадливістю, тому тут слід надавати перевагу творчим, екстремальним задачам з нетрадиційним змістом.

При розв'язуванні таких задач зручно скористатися властивостями відповідних функцій, що входять у рівняння або нерівність: область визначення функції, монотонність, екстремальні значення і обмеженість, а також геометричну інтерпретацію та симетрію аналітичних виразів.

На прикладах проілюструємо застосування вказаних особливостей до розв'язання рівнянь і нерівностей.

Задача 1. Розв'язати рівняння

а) $\sqrt[10]{x} + \sqrt[10]{x+1} = \cos x$.

Розв'язання. Рівняння визначене для $x \ge 0$, тому $\sqrt[10]{x} + \sqrt[10]{x+1} \ge 1$, а $\cos x \le 1$. Отже, рівняння можуть задовольнити тільки ті *x*, для яких ліва і права частини рівняння дорівнюють одиниці, тобто $x = 0$.

б) $\sin 3x - 2\sin 18x \sin x = 3\sqrt{2} - \cos 3x + 2\cos x$.

Розв'язання. Перепишемо рівняння у вигляді

$$\sin 3x + 3\cos 3x = 3\sqrt{2} + 2\cos x + 2\sin 18x \sin x \quad (*).$$

і скористаємося нерівністю

$$-\sqrt{a^2 + b^2} \le a\cos z + b\sin z \le \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Тоді матимемо оцінки для лівої і правої частин рівняння:

$$-\sqrt{2} \le \cos 3x + \sin 3x \le \sqrt{2},$$

$$-\sqrt{4 + 4\sin^2 18x} \le 2\cos x + 2\sin 18x \sin x \le \sqrt{4 + 4\sin^2 18x},$$

або

$$-2\sqrt{1 + \sin^2 18x} \le 2\cos x + 2\sin 18x \sin x \le 2\sqrt{1 + \sin^2 18x}.$$

Додавши до всіх частин цієї нерівності $3\sqrt{2}$ і, враховуючи, що $\sqrt{1 + \sin^2 18x} \le \sqrt{2}$, матимемо

$$\sqrt{2} \le 3\sqrt{2} + 2\cos x + 2\sin 18x \sin x \le 5\sqrt{2}.$$

Отже, ліва частина рівняння (*) не більша $\sqrt{2}$, а права не менша $\sqrt{2}$. Рівність буде тоді, коли

$$\begin{cases} \cos 3x + \sin 3x = \sqrt{2}, \\ \sin 18x = \pm 1, \\ \cos x \pm \sin x = -\sqrt{2}. \end{cases}$$

Розв'язавши систему, одержимо $x = \dfrac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z.$

в) $x\sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{1+x^2}$.

Розв'язання. Скористаємось нерівністю Буняковського

$$a_1 b_1 + a_2 b_2 \le \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}.$$

Геометрична інтерпретація цієї нерівності: скалярний добуток двох векторів не перевищує добутку їх довжин. Рівність має місце у випадку колінеарності векторів (a_1, b_1) і (a_1, b_1).

Маємо $x\sqrt{1+x} + 1 \cdot \sqrt{3-x} \le \sqrt{1+x^2}\sqrt{(1+x)+(3-x)}$, або $x\sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} \le 2\sqrt{1+x^2}$, а відповідно до даного рівняння $x\sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{1+x^2}$.

Отже, вектори $(x;1)$ і $\left(\sqrt{1+x}, \sqrt{3-x}\right)$ колінеарні, тобто їх координати пропорційні: $\dfrac{x}{\sqrt{1+x}} = \dfrac{1}{\sqrt{3-x}}$ звідки $\sqrt{1+x} = x\sqrt{3-x}$.

Одержали рівняння рівносильне даному. Підносячи обидві частини рівняння до квадрату, матимемо $x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$ або $(x-1)(x^2 - 2x - 1) = 0$, коренями якого будуть $x_1 = 1; x_{2,3} = 1 \pm \sqrt{2}$.

Корінь $x_3 = 1 - \sqrt{2}$ — зайвий.

Задача 2. Розв'язати нерівність

а) $\sqrt{x+1} + x - 1 \ge \sqrt{2(x-1)^2 + 2 + 2x}.$

Розв'язання. Скориставшись нерівністю $(a+b)^2 \le$ $\le 2a^2 + 2b^2$, яка є частинним випадком нерівності $\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^n \le \dfrac{a^n + b^n}{2}$, а рівність справджується, якщо $a = b$, матимемо $\sqrt{x+1} + x - 1 \le \left(2(x-1)^2 + 2(\sqrt{x+1})^2\right)^{\frac{1}{2}}.$

Звідси випливає, що ліва частина нерівності може бути лише рівна правій, тобто нерівність будуть задовольняти такі *x*, для яких $\sqrt{1+x} = x - 1$.

Отже, $x = 3$.

б) $(4x - x^2 - 3)\log_2(\cos^2 \pi x + 1) \geq 1$.

Розв'язання. Оцінимо кожний множник лівої частини. Зауваживши, що $1 \leq \cos^2 \pi x + 1 \leq 2,\ x \in R,$ Маємо $0 \leq \log_2(\cos^2 \pi x + 1) \leq 1$.

У той же час $4x - x^2 - 3 \leq 1$ для $x \in R,$ бо ця нерівність рівносильна нерівності $x^2 - 4x + 4 \geq 0$.

Отже, $(4x - x^2 - 3)\log_2(\cos^2 \pi x + 1) \leq 1$.

Це означає, що кожний множник дорівнює одиниці і для знаходження розв'язку матимемо систему

$$\begin{cases} 4x - x^2 - 3 = 1, \\ \log_2(\cos^2 \pi x + 1) = 1. \end{cases}$$

розв'язком якої є $x = 2$.

Ефективна робота вчителя математики неможлива без математичної перевірки знань, умінь і навичок всіх учнів класу. Головне у навчанні — не просто дати учням певний об'єм знань, а і навчити їх користуватися цими знаннями. Передача інформації і контроль її засвоєння — дві нерозривно пов'язані сторони навчального процесу. Причому контроль забезпечує обернений зв'язок з кожним учнем, що вже є одним з моментів діалогу.

Усні і письмові завдання забезпечують учням можливість свідомої організації самостійної роботи. Виконання домашнього завдання дає можливість бути свідомими того, що матеріал, який вивчається, засвоєний. Ця система насамперед розв'язує задачу учіння теоретичного матеріалу, сприяє спілкуванню вчителя і учня та учнів між собою.

Творчий вчитель повинен навчати як здобувати знання, вказувати на різні стратегії учіння, підтримувати творчий розвиток учня. У творчому розвитку учнів допомагають так звані задачі нестандартної постановки, хоч їх розв'язання не вимагає особливих знань, які виходять за межі шкільних програм. Такі задачі переслідують мету поглибити знання шкільного курсу, розвинути в учнів творчу думку.

Задача 3. Знайти чотирьохзначне число, що є точним квадратом і таке, що його дві перші цифри і дві останні цифри рівні між собою.

Розв'язання.

Нехай a — перша, а b — остання цифра шуканого числа N. Тоді це число рівне

$$1000a + 100a + 10b + b = 1100a + 11b = 11(100a + b).$$

Число 11 є дільником шуканого числа, а оскільки воно є повним квадратом, то це число ділиться на 121, тобто $\frac{N}{11} = (100a + b)$, причому $(100a + b)\vdots 11$.

Маємо $100a + b = 99a + (a + b)$ і $99\vdots 11$, тому $(a + b)\vdots 11$.

Зауваживши, що a і b цифри, матимемо $a + b = 11$. Звідси $100a + b = 11 \cdot 9a + 11 = 11(9a + 1)$.

Отже, число $\frac{N}{121} = 9a + 1$ є повним квадратом, тобто $a = 7$. Тоді $N = 121 \cdot 64 = 7744 = 88^2$.

Задача 4. Розв'язати рівняння

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \ldots + \frac{1}{(x+k-1)(x+k)} = -\frac{4}{k}.$$

Розв'язання

Зауваживши, що

$$\frac{1}{(x+k-1)(x+k)} = \frac{1}{x+k-1} - \frac{1}{x+k},$$

матимемо

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \ldots \frac{1}{x+k-1} - \frac{1}{x+k} = -\frac{4}{k}.$$

Задане рівняння прийме вигляд

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+k} = -\frac{4}{k}$$

або $4x^2 + 4kx + k^2 = 0$, звідки $x = -\frac{k}{2}$.

Задача 5. Знайти суми

$$x + 4x^3 + 7x^5 + 10x^7 + \ldots + (3n-2)x^{2n-1}.$$

Розв'язання.

Позначимо

$$x + 4x^3 + 7x^5 + 10x^7 + \ldots + (3n-2)x^{2n-1} = S.$$

Розглянемо вираз

$$S(1 - x^2) = S - Sx^2 = x + 4x^3 + 7x^5 + 10x^7 + \ldots +$$
$$+ (3n-2)x^{2n-1} - x^3 - 4x^5 - 7x^7 - 10x^9 - \ldots -$$
$$- (3n-2)x^{2n+1} = x + 3x^2 + 3x^5 + 3x^7 + \ldots + 3x^{2n-1} -$$
$$- (3n-2)x^{2n+1} = x - (3n-2)x^{2n+1} +$$
$$+ 3(x^3 + x^5 + \ldots + x^{2n-1}) = x - (3n-2)x^{2n+1} + \frac{3x^3(x^{2n-2} - 1)}{x^2 - 1}.$$

Тоді $S = \frac{x - (3n-2)x^{2n+1}}{1 - x^2} - \frac{3x^2(x^{2n-2} - 1)}{(1 - x^2)^2}$.

Задача 6. Довести, що при натуральних n має місце рівність:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2nx}{\sin x} dx = 2\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}\right).$$

Доведення. Для доведення обчислимо інтеграл

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2nx - \sin 2(n-1)x}{\sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2\sin x \cos(2n-1)x}{\sin x} dx =$$
$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2n-1)x dx = \frac{2}{2n-1} \sin(2n-1)x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{2n-1}(-1)^{n-1}.$$

Розглянемо тепер

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2nx}{\sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin 2nx - \sin(2n-1)x + \sin(2n-1)x}{\sin x} + \right.$$
$$\left. + \frac{-\sin(2n-1)x + \ldots + \sin 4x - \sin 2x + \sin 2x - \sin 0 \cdot x}{\sin x} \right) dx =$$
$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2nx - \sin(2n-1)x}{\sin x} dx + \ldots + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 4x - \sin 2x}{\sin x} dx +$$
$$+ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x - \sin 0 \cdot x}{\sin x} dx = 2\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}\right).$$

Задача 7. Знайти найменше значення виразу

$$\left(\frac{1}{x} - 1\right)\left(\frac{1}{y} - 1\right)\left(\frac{1}{z} - 1\right)$$

для додатних x, y, z при умові, що $x + y + z = 1$.

Розв'язання. За нерівністю Коші для двох величин маємо:

$$\frac{y+z}{2} \geq \sqrt{yz}, \quad \frac{x+z}{2} \geq \sqrt{xz}, \quad \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}.$$

Почленно перемножуючи ліві і праві частини нерівностей, одержимо $(x+y)(x+z)(y+z) \geq 8xyz$, або

$$\frac{x+y}{z}\cdot\frac{x+z}{y}\cdot\frac{y+z}{x}\geq 8,$$

що перепишемо у формі

$$\frac{x+y+z-z}{z}\cdot\frac{x+y+z-x}{x}\cdot\frac{x+y+z-y}{y}\geq 8.$$

Враховуючи, що $x+y+z=1.$ Будемо мати

$$\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(\frac{1}{y}-1\right)\left(\frac{1}{z}-1\right)\geq 8.$$

Отже, найменше значення $\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(\frac{1}{y}-1\right)\left(\frac{1}{z}-1\right)=8.$

Задача 7. Розв'язати рівняння.

$$x^3+x^2+x+\frac{1}{3}=0.$$

Розв'язання.

Помножимо обидві частини на 3 і виділимо куб суми двох чисел: $3x^3+3x^2+3x+1=0$ або

$$2x^3+(x+1)^3=0\,.$$

Ліву частину рівняння розкладаємо на множники:

$$\left(x\sqrt[3]{2}+x+1\right)\left(x^2\sqrt[3]{4}-x\sqrt[3]{2}\cdot(x+1)^2\right)=0,$$

тоді $x\sqrt[3]{2}+x=-1,\ x=-\dfrac{1}{1+\sqrt[3]{2}}.$

Зауваживши, що функція $f(x)=x^3+x^2+x+\dfrac{1}{3}$ є зростаюча, бо її похідна $f'(x)=3x^2+x+1$ додатна при всіх дійсних x, приходимо до висновку, що рівняння має лише один корінь, який вже знайдено.

При розв'язування таких задач слід підкреслювати, що наведені способи розв'язання не є єдиними.

Однією з форм реалізації нової освітньої парадигми можуть бути факультативні заняття. На цих заняттях значно простіше здійснити інтерактивні аспекти навчання, встановити контакт з кожним учнем та співробітництво з ними. Вони збагачують і розширюють загальноосвітню підготовку новими галузями знань відповідно до інтересів учнів.

Факультативні заняття, при правильній організації, підвищують освіченість учнів, формують у них інтерес до науки, сприяють їх професійній орієнтації. На цих заняттях можна широко показувати зв'язок шкільної математики з наукою та її прикладними можливостями. Прикладна спрямованість теорії та показ реальних джерел математичних понять повинна бути необхідною умовою при вивченні математики. Тому, наприклад, розв'язання екстремальних задач елементарними методами та методами математичного аналізу, може бути вдалою темою факультативних занять.

Взагалі, факультативні заняття можуть бути присвячені розв'язанню різних задач прикладного характеру, що є необхідною основою при вивченні математики. Вони сприяють заохоченню учнів до творчої роботи, вчать аналізувати проблемні ситуації, що приводить до глибоких, стійких знань.

Створення пошукових ситуацій при розв'язанні задач наближається до моделі наукового дослідження. З цього приводу угорський математик Д.Пойя писав: "*Крупное научное открытие дает решение крупной проблемы, но и в решении любой задачи присутствует крупица открытия... если вы решаете ее собственными силами, то вы сможете испытать ведущее к открытию напряжение ума и насладиться радостью победы*" [3].

Вивчення математики дає можливість впливати на учнів з метою їх економічного виховання, прищеплює їм економічне мислення і економічну грамотність.

Математика також широко застосовується при розв'язанні економічних задач. Учням потрібно дати не просто математичну освіту, але і професійну спрямованість за допомогою математики.

Список використаних джерел:

1. *Виготский Л.С.* Вопросы детской психологии. — М.: Союз, 1997. — 328 с.
2. *Національна* доктрина розвитку освіти. Україна у XXI столітті // Педагогічна газета, 2001. — Липень. — С.4.
3. *Пойя Д.* Математическое открытие. — М.: Наука, 1976. — 336 с.
4. *Скотний В.Г.* Раціональна тенденція розвитку освіти // Людинознавчі студії: Наук. записки Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка. — Дрогобич: НВЦ "Каменяр", 2003. — Вип. 7. — С.4-13.
5. *Скотний В.Г.* Раціональність як основа класичної освіти // Проблеми гуманітарних наук: Наук. записки Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка. — Дрогобич: НВЦ "Каменяр", 2003. — Вип. 11. — С.4-13.
6. *Сучасні* шкільні технології. Ч.1 / Упорядн. І.Рожнятовська, В.Зац. — К.: Ред. загальнопед. газ., 2004. — 112 с. (Бібліотека "Шкільного світу").
7. *Тарасова О.* Про деякі аспекти взаємозв'язку культури та освіти // Людинознавчі студії: Наук. записки Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка. — Дрогобич: НВЦ "Каменяр", 2002. — Вип. 5. — С.16-25.

Отримано: 18.04.2004.