

**ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ В УМОВАХ
ОСОБИСТІСНО ОРІЄНТОВАНОГО НАВЧАННЯ**

УДК 534

І.О.Анісімов, О.І.Кельник

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, радіофізичний факультет

**ПРО ІНТЕРПРЕТАЦІЮ СМУГ ПРОПУСКАННЯ ТА НЕПРОПУСКАННЯ В ЛАНЦЮЖКОВИХ СИСТЕМАХ
У КУРСІ “КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ” ДЛЯ БАКАЛАВРІВ ЗА НАПРЯМКОМ ПІДГОТОВКИ
“ПРИКЛАДНА ФІЗИКА”**

У статті дана теоретична інтерпретація явища виникнення смуг прозорості та непрозорості в ланцюжкових системах.

In clause the theoretical interpretation of the phenomenon of occurrence of strips of a transparency and not of a transparency in chain systems is sent.

Курс “Коливання і хвилі” читається для бакалаврів за напрямком підготовки “прикладна фізика”. У ньому з єдиної точки зору розглядаються коливні та хвильові явища різноманітної природи. Важливе місце у названому курсі відіграє перехід від систем із зосередженими параметрами (або зі скінченною кількістю ступенів вільності) до систем із розподіленими параметрами (або з нескінченною кількістю ступенів вільності).

Слід вказати, що в багатьох підручниках та посібниках, присвячених теорії коливнь та хвиль (див., наприклад, [1-3]), такий перехід відсутній взагалі. У посібнику [4] розглянуто лише ланцюжки скінченної довжини і формально отримано ефект утворення смуг непрозорості, але інтерпретація цього ефекту відсутня. У [5-6] виконано перехід від дискретного ланцюжка до хвильового процесу в неперервному середовищі, але і там відсутнє пояснення того, чому утворюються смуги прозорості та непрозорості.

Ланцюжкові системи – це системи з багатьма ступенями вільності, що являють собою послідовне сполучення великої кількості однакових ланок. Прикладами ланцюжкових систем можуть служити ланцюжок зв'язаних маятників, ланцюжок зв'язаних коливних контурів, молекула полімеру (довгий ланцюжок, складений з однакових ланок-мономерів). За своїми властивостями коливання ланцюжкових систем нагадують поширення хвиль у системах із розподіленими параметрами.

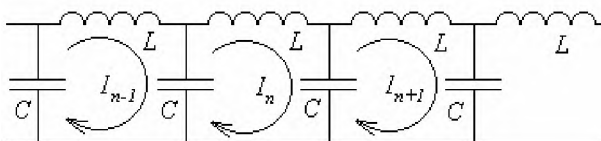


Рис. 1. Нескінченний ланцюжок коливних контурів з ємнісним зв'язком

Розглянемо коливання в ланцюжку, складеному з ідеальних коливних контурів із ємнісним зв'язком (рис. 1). Рівняння для n -го контуру, записане за другим законом Кірхгофа, має вигляд

$$\ddot{q}_n + \omega_0^2 q_n = \omega_0^2 (q_{n+1} + q_{n-1})/2, \quad (1)$$

$$q_n = \int I_n dt, \quad \omega_0^2 = 2/(LC).$$

Оскільки всі контури зв'язані між собою, а дисипація в системі відсутня, природно вважати, що коливання в сусідніх контурах мають однакову частоту й амплітуду, відрізняючись лише фазами, причому набіг фази φ на одну ланку однаковий уздовж усього ланцюжка. Тому розв'язки рівняння (1) будемо шукати у формі:

$$q_n(t) = A \exp(i\omega t - in\varphi). \quad (2)$$

Підстановка розв'язку (2) до рівняння (1) дозволяє отримати співвідношення між набігом фази на одну ланку і частотою коливань:

$$\omega^2 = \omega_0^2 (1 - \cos\varphi). \quad (3)$$

Як впливає з (3), при зміні $\cos\varphi$ від +1 до -1 частота коливань змінюватиметься в межах від $\omega_{\text{гр1}} = 0$ до $\omega_{\text{гр2}} = 2^{1/2}\omega_0$. На частотах, які перевищують $\omega_{\text{гр2}}$, формально буде $|\cos\varphi| > 1$. Це означає, що параметр φ стає комплексним:

$$\varphi = \alpha + i\beta, \quad \cos\varphi = \cos(\alpha + i\beta) = \cos\alpha \operatorname{ch}\beta - i \sin\alpha \operatorname{sh}\beta. \quad (4)$$

Підставивши (4) до (3) і прирівнявши окремо дійсні та уявні частини рівняння, можна отримати таку систему:

$$\cos\alpha \operatorname{ch}\beta = 1 - \omega^2/\omega_0^2; \quad \sin\alpha \operatorname{sh}\beta = 0. \quad (5)$$

Щоб задовольнити обидва рівняння (права частина першого з них при $\omega > \omega_{\text{гр2}}$ буде від'ємною), треба обрати $\alpha = \pi$. Тоді

$$\beta_{1,2} = \ln \left[\omega^2/\omega_0^2 - 1 \pm \sqrt{\omega^2/\omega_0^2 - 2} / \omega_0^2 \right]. \quad (6)$$

Легко показати, що значення коренів (6) відрізняються лише знаком, тому надалі оберемо додатний корінь (наявність двох коренів вказує на те, що амплітуда коливань спадає в обох напрямках при віддаленні від джерела сигналу).

Частотні залежності параметрів α та β подані на рис. 2. З нього видно, що аналізована схема являє со-

бою фільтр низьких частот, смуга пропускання якого простягається від $\omega_{\text{пр1}}$ до $\omega_{\text{пр2}}$. За межами смуги пропускання сигнал у лінії експоненціально спадає при віддаленні від джерела.

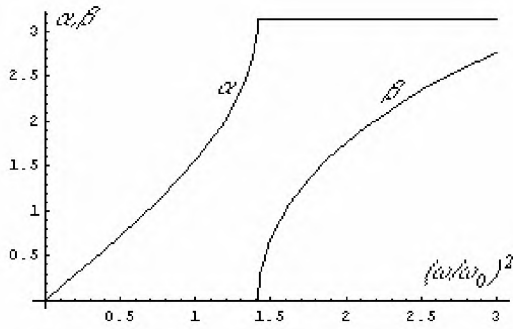


Рис. 2. Залежність набігу фази між ланками α та параметра дисипації β від частоти.

Наявність смуг прозорості та непрозорості — це універсальна властивість ланцюжкових систем. Звичайно, вони не обов'язково є при цьому саме фільтрами низьких частот (наприклад, ланцюжок, зображений на рис. 1, перетворюється на фільтр високих частот, якщо поміняти місцями ємності та індуктивності).

Ланцюжок мас, пов'язаних пружинами, виступає електромеханічним аналогом проаналізованого ланцюжка зв'язаних контурів і, отже, також є фільтром низьких частот. Його роботу можна проілюструвати на прикладі автомобіля, що їде горбкуватою дорогою. Шини коліс виступають при цьому в ролі пружин, самі колеса разом з осями — в ролі мас. Осі через ресори (пружили) прикріплені до корпусу (маси). До корпусу ж прикріплені м'які сидіння (пружили), на яких сидять водій та пасажир (маси). В результаті фільтруючої дії розглянутого ланцюжка водій і пасажир замість ударів об нерівності дороги відчувають лише плавне погойдування.

Кристалічну ґратку також можна розглядати як деяку тривимірну ланцюжкову систему. Одним із можливих типів її коливань є рух електронів, який можна інтерпретувати як поширення деякого збурення хвильової функції. Таку систему також можна розглядати як частотний фільтр, причому заборонені діпазони частот відповідають забороненим значенням енергії електронів, існування яких передбачає зона теорія твердого тіла.

Повернемося до розгляду ланцюжка зв'язаних контурів (рис. 1).

На рис. 3 а-б подано миттєві розподіли струмів по ланках для відмінних моментів часу для сигналів, частоти яких потрапляють у смугу прозорості.

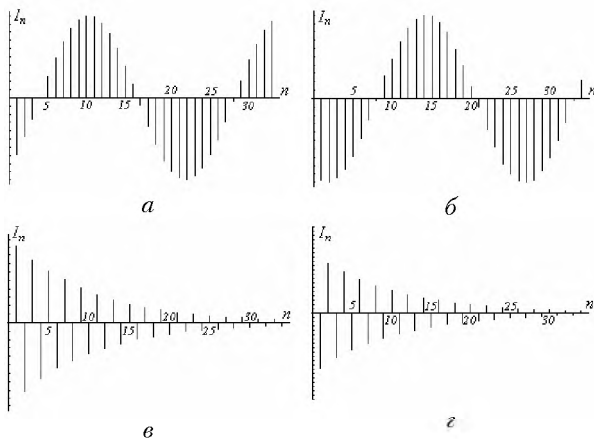


Рис. 3. Миттєвий розподіл струмів по ланках для двох відмінних моментів часу в смугах прозорості (а, б) та непрозорості (в, г).

В першому випадку наявність постійного зсуву фаз між сусідніми ланками приводить до того, що миттєвий розподіл струму вздовж лінії є гармонічним, причому з плином часу ця гармоніка зсувається в просторі. Отже, маємо хвильовий процес. Якщо прийняти, що довжина однієї ланки дорівнює a , то номери ланок можна пов'язати з координатою x уздовж лінії співвідношенням $na = x$. Тоді, позначивши $\varphi = ka$, розподіл сигналу вздовж лінії (4) можна подати у вигляді хвилі:

$$q(x, t) = q_m \exp(i\omega t - ikx), \quad (7)$$

де хвильове число k пов'язане з частотою хвилі співвідношенням

$$\omega = \omega_0 |\sin(ka/2)| / \sqrt{2} \quad (8)$$

(його можна отримати, підставивши (7) до (3)). Графік залежності частоти від хвильового числа поданий на рис. 4. Підкреслимо, що такий перехід до неперервного середовища є чинним лише за умови $ka \gg 1$, тобто коли довжина хвилі значно перевищує довжину однієї ланки ланцюжка.

Нехай тепер частота сигналу потрапляє в смугу непрозорості. Для цього випадку з (4) можна отримати:

$$q_n(t) = A(-1)^n \exp(i\omega t) \exp(-\beta n). \quad (9)$$

Тепер коливання в усіх ланках відбуваються з однаковими фазами (якщо не брати до уваги протифазність коливань у сусідніх ланках), а амплітуди коливань експоненціально спадають при віддаленні від джерела сигналу. Відповідні миттєві розподіли струмів уздовж лінії подані на рис. 3 в-г (для відмінних моментів часу).

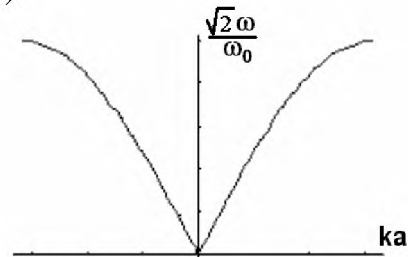


Рис. 4. Залежність частоти від хвильового числа для хвильового процесу в ланцюжку зв'язаних контурів.

Знову перейшовши від номерів ланок до координати і врахувавши, що фізичний зміст має лише дійсна частина комплексної змінної, можна переписати (9) у формі:

$$|q(x, t)| = A \cos \omega t \exp(-\delta x), \quad \delta = \beta/a. \quad (10)$$

Непрозорість консервативних середовищ для хвиль певної частоти та напрямку — поширене явище. Для прикладу досить згадати повне внутрішнє відбиття електромагнітної хвилі, яка падає під певним кутом з оптично менш щільного в оптично більш щільне середовище. Характерно, що у відомих експериментах Л.І.Мандельштама в оптично більш щільному середовищі при цьому спостерігалися синфазні коливання електромагнітного поля, амплітуда яких експоненціально спадала при віддаленні від межі двох середовищ (пор. з (10)).

Розглянемо тепер ланцюжок, складений із k ланок, вигляд яких зображений на рис. 1. Скінчена довжина ланцюжка приведе до того, що для його власних коливань набіг фази φ на одну ланку може набувати лише дискретного набору значень.

Нехай коливання, що виникло в першій ланці, поширюється уздовж ланцюжка. В останній ланці воно буде зсунуто за фазою на $(k-1)\varphi$. Від останньої ланки сигнал відіб'ється і побіжить уздовж ланцюжка назад. Сигнал, що повернувся в першу ланку, буде, очевидно, зсунутий на $2(k-1)\varphi$ щодо початкового коливання. Аналізована мода буде власною модою ланцюжка тоді, коли обидва коливання виявляться синфазними, тобто при

$$2(k-1)\varphi = 2\pi n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (11)$$

Підставляючи отримані з (11) значення $\varphi_n = n\pi/(k-1)$ до (3), можна отримати дискретний спектр частот:

$$\omega_n = \omega_0 |\sin(\varphi_n/2)|/\sqrt{2}. \quad (12)$$

Оскільки $\sin(\pi - z) = \sin z$, $\sin(\pi + z) = -\sin z$, то значення частот, які не повторюються, будуть виникати лише при зміні φ_n в межах від 0 до π , тобто при зміні індексу n від 0 до $k-1$ включно. Таким чином, ми отримаємо k відмінних значень власних частот.

Повернемося тепер до питання про виникнення смуг прозорості та непрозорості. Як відомо, що при переході від однієї ізольованої ланки (осцилятора) до двох зв'язаних виникає відомий ефект розштовхування власних частот. При подальшому збільшенні кількості ланок власні частоти заповнюють деякий інтервал, причому віддалі між сусідніми точками поступово зменшується. Отже, можна стверджувати, що смуги прозорості виникають на місці власних частот.

Аналогом даного ефекту може служити відоме в фізиці твердого тіла утворення енергетичних зон за рахунок взаємодії атомів з дискретними енергетичними рівнями.

Матеріал, викладений у даній статті, може бути корисним також при викладенні курсу загальної фізики та спецкурсів, присвячених поширенню хвиль у різноманітних середовищах та системах.

Список використаних джерел:

1. *Зубов В.И.* Колебания и волны. — Л., изд-во Ленинградского ун-та, 1989.
2. *Карлов Н.В., Кириченко Н.А.* Колебания, волны, структуры. — М., Физматлит, 2003.
3. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. — М., Наука, 1990.
4. *Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н.* Основы теории колебаний. — М., Наука, 1988.
5. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. — М., Наука, 1984.
6. *Анісімов І.О.* Коливання і хвилі. — К., Академпрес, 2003.

Отримано: 1.06.2004

УДК 373.6:537.8

В.І.Бурак

Криворізький державний педагогічний університет

ГЕНЕРАЛІЗАЦІЯ ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМУ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ

Обґрунтовується доцільність генералізації курсу електромагнетизму в основній школі навколо понять електромагнітної взаємодії та електромагнітного поля.

The advisability generality of the electromagnetism course in the basic school round such notions as: electromagnetic interaction and electromagnetic field had been grounded.

Генералізація знань заслужено вважається ефективним засобом вдосконалення змісту і структури шкільного курсу фізики (ШКФ). На першому ступені навчання фізики (7, 8 класи сучасної середньої школи) генералізацію знань здійснюють у двох взаємопов'язаних напрямках [1]: 1) *на основі досягнення суті фізичних явищ* шляхом поступового опанування все більш складних форм руху матерії, починаючи з простих (явищний підхід); 2) *на основі фундаментальних фізичних теорій* (на доступному для учнів рівні), а саме, двох об'єднуючих теорій — основних положень про будову речовини, пов'язаних з молекулярно-кінетичною теорією, та початкових уявлень про будову атома, пов'язаних з елементами електронної теорії. Останнім часом намітилась тенденція до запровадження (перш за все в старших класах) ще двох напрямів генералізації: 3) на основі фундаментальних фізичних понять; 4) на основі методологічних знань.

Метою даної роботи є обґрунтування доцільності і аналіз можливого варіанту генералізації курсу електромагнетизму в основній школі (7-9 класи 12-річної школи) в умовах диференціації навчання.

На нашу думку, основою подальшого розвитку змісту і структури курсу електромагнетизму в основній школі може стати **генералізація** навчального матеріалу курсу навколо *понять електромагнітної взаємодії (ЕМВ) і електромагнітного поля (ЕМП)*. За традиційною методикою поняття ЕМП вводять в старших класах. Генералізацію курсу електродинаміки в старших класах навколо поняття ЕМП запропоновано С.С.Каменецьким [2]. На першому ступені вивчають лише окремо електричне і магнітне поля, а в умовах 12-річної середньої освіти — у 9-му класі вивчатимуть ще й явище електромагнітної індукції, залишаючи поза увагою питання про існування ЕМП. Водночас, згідно

державного стандарту базової і повної середньої освіти [3], курс фізики 7–9 класів повинен мати відносно завершений характер і надавати учням систему знань про основні фізичні явища, в тому числі й про явища електромагнетизму. Тому можна стверджувати про доцільність формування в свідомості учнів на якісному рівні поняття ЕМВ і ЕМП саме в основній школі. Це відповідає висновкам психології розумової діяльності, згідно яких ефективними є змістове узагальнення і формування узагальнених доступних учням розумових дій.

Пропонуємо врахувати орієнтацію на вивчення поняття електромагнітного поля вже в назві *частини фізики «Електромагнітні явища і електромагнітне поле»* та її розділів: «Електричні явища і електричне поле»; «Магнітні явища і магнітне поле»; «Явище електромагнітної індукції і електромагнітне поле».

Послідовність формування понять ЕМВ і ЕМП може бути наступною.

Глава 1. «Початкові уявлення про ЕМВ і ЕМП»

У Главі 1, яка є своєрідним вступом до всього курсу електромагнетизму, необхідно за порівняно невелику кількість логічних і методичних кроків сформувати у свідомості учнів початкові якісні достатньо узагальнені уявлення про ЕМВ і ЕМП і дійти до попереднього умовиводу: 1) згідно сучасних уявлень існує ЕМВ, котру в окремих випадках можна розділити на електричну та магнітну взаємодію; 2) ЕМВ передається у вакуумі зі швидкістю $3 \cdot 10^8$ м/с; 3) існує ЕМП, а електричне і магнітне поля — це два види (прояви) єдиного ЕМП; наявність електричного чи магнітного поля залежить від вибору системи відліку; 4) ЕМП має енергію; 5) існує два види матерії — речовина і поле.