До недавнего времени система образования могла идти за обществом, подготавливая подрастающее поколение к простому пониманию и повторению существующих теорий. Сейчас, если изначально человек хочет активно участвовать в жизни общества, если он хочет ощущать себя как креативную личность (это скорее внутренняя потребность), то ему необходимо постоянно проявлять творческую активность, обнаруживать и развивать свои индивидуальные способности, непрерывно учиться и самосовершенствоваться. Поэтому важнейшая способность, которую следует приобрести человеку – это способность генерировать идеи, создавая креативный продукт. Исходя из самореализации каждой личности и высокотехнологичных потребностей общества, это становится еще более очевидным. Такой подход существенным образом сказывается на профессиональном становлении личности. Научить учиться важнее, чем привычно усваивать конкретный набор знаний, тем более, что в наше время они стремительно устаревают. Уместно вспомнить слова А. Эйнштейна: «образование – это то, что остаётся после того, как забывается всё выученное в школе».

Развитие креативного потенциала – один из важных источников и показателей развития общества. Проблема творческой самореализации личности связана с вопросами раскрытия внутренних возможностей человека. Несмотря на достаточное количество работ по организации креативного обучения физике, можно отметить ряд противоречий [5]:

– между коллективной формой организации обучения и индивидуальным характером усвоения знаний;

– между теоретическим обоснованием необходимости развития креативных навыков и недостаточной разработанностью их организации в процессе обучения.

Совершенствование креативных, способностей личности будет приводить к повышению качества обучения, если [5]:

– учебный процесс строится посредством реализации креативной деятельности в ходе совместной работы;

– при отборе содержания учебного материала учитывается наличие различных креативных способностей и потребность их реализации учащимися в обучения;

– учащимся предоставляется возможность развивать и совершенствовать свои навыки посредством публичных выступлений и защиты результатов креативной деятельности (проектов).

Воспитание креативности – одна из основных задач современного образования. Ясно, что это должно делаться с учетом индивидуальных склонностей и стремлений учащихся, начиная со школьной скамьи, и продолжать в высшей школе. Как наилучшим образом воспитывать творческие способности молодежи и желание их проявлять – важнейший вопрос для методической науки. Приведенный выше анализ показывает, что одним из эффективных методов воспитания креативности может быть изучение нестандартных творческих подходов, которые искали и находили творцы истории физической науки (в частности, физики лазеров). Преподавание истории физики априори связано с вопросами креативного характера деятельности ученых, чьи биографии изучаются и являются неотъемлемой частью этой дисциплины. Однако до настоящего времени методика использования биографических данных ученых-физиков для воспитания креативности и творческих способностей учащихся в полной мере не разработана и этот вопрос требует тщательного изучения.

Список использованных источников:

1. Хьелл Л. Теории личности. – 3-е изд. / Л. Хьелл, Д. Зиглер. – СПб. : Питер, 2003. – (Серия «Мастера психологии»).
2. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии / С.Л. Рубинштейн. – СПб. : Питер, 2001. – (Серия «Мастера психологии»).
3. Негус К. Креативность. Коммуникация и культурные ценности / К. Негус, М. Пикеринг. – М. : Гуманитарный центр, 2011.
4. Журнал "Электросвязь". – 2003. – №6. – Режим доступа: http://housea.ru/index.php/history/50939.
5. Абрамов Д.Н. Технологические аспекты формирования практических умений / Д.Н. Абрамов, В.А. Бетев // Всероссийская научно-практическая конференция «Формирование учебных умений в процессе реализации стандартов образования». – Ульяновск : УлГПУ, 2003.

Creativeness is an inherent and constructive directivity that, as a rule, being lost under the influence of the system of education, upbringing and social practice. Creativeness is an essential factor of successful existence of science. Its upbringing is a major innovative task which can be solved while studying history of science (e.g. laser physics). In fact laser physics is a modern trend full of bright historical ideas which gave birth to numerous nontrivial discoveries and inventions.

Key words: creativeness, history of science, quantum generator, laser physics, technical applications.

Отримано: 12.06.2012

УДК 539.19(075.8)

І. О. Мороз

Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка

МЕТОДИКА ВИКЛАДАННЯ ПИТАННЯ ПРО ПОРІВНЯННЯ СТАТИСТИК В КУРСІ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ ВНЗ

Розглядається методика викладання питання про порівняння статистик в курсі статистичної фізики. Встановлюються фізичні умови, при яких для опису властивостей макроскопічних систем можна використовувати класичну статистику Максвелла-Больцмана. Порівнюється критерій виродження для гелію та металів.

Ключові слова: спін, статистики Максвелла-Больцмана, Бозе-Ейнштейна, Фермі-Дірака.

Постановка проблеми. На початку XX століття в фізиці виникли протиріччя, які свідчать про те, що відмінності в станах і властивостях термодинамічних систем, пов’язані не лише з класичними відмінностями (маса, заряд тощо) атомів та молекул чи інших елементарних частинок, із яких вони складаються, але й з більш тонкими їх відмінностями, такими що виходять за рамки класичної фізики. Таким чином, для розв'язання протиріч, пов’язаних, наприклад, з електронною теплоємністю металів і тепловим випромінюванням (та деякими іншими), виникає задача про врахування цих «некласичних» властивостей частинок. Ними є наявність спіну та його величина. Річ у тому, що, як відомо із квантової механіки, частинки з напівцілим спіном (вони одержали назву – ферміони) підкоряються принципу Паулі про неможливість частинок знаходитись в одному й тому ж квантовому стані, а до всіх інших частинок (бозони) принцип Паулі не застосовується. Крім цього, з позицій квантової фізики всі частинки одного сорту є абсолютно тотожними. Класичні ж частинки зовсім не мають спіна і їх можна фізично розрізнити. В зв’язку із цими квантовими відмінностями необхідно детально підійти до описання ймовірності стану термодинамічних систем.

Аналіз актуальних досліджень. Науковий розв’язок протиріч класичної статистики й експериментальних даних призвів до створення нового розділу теоретичної фізики – квантової статистики, вивчення якого в значній мірі розширює фізичний світогляд майбутнього вчителя фізики. Але, як показує аналіз, у навчальній та методичній літературі питання про зіставлення класичної та квантової статистик розглядається із занадто загальних позицій, що ускладнює їх розуміння і подальше використання.

Мета статті. На основі теоретичного, методичного та онтодидактичного аналізу навчально-методичної літератури з питань термодинаміки й статистичної фізики розробити авторську методику висвітлення питань про порівняння статистик в курсі теоретичної фізики.

Виклад основного матеріалу. Будемо розглядати найзагальніший випадок – відриті квантові системи, які можуть обмінюватися як енергією, так і частинками з навколишнім середовищем – термостатом. У цьому випадку для опису систем необхідно використовувати великий канонічний розподіл Гіббса, який визначає ймовірність виявлення системи з енергією E_i й кількістю частинок n:

$$\omega(E_i, n) = \frac{e^{\frac{\mu n - E_i}{\theta}} \cdot g(E_i, n)}{\sum e^{\frac{\mu n - E_i}{\theta}} \cdot g(E_i, n)}. \qquad \text{(I)}$$

Для зіставлення статистик визначимо в кожній із них середнє число частинок, що знаходяться у деякому квантовому стані. Виділимо деякий стан системи з енергією ε_i, і цей стан будемо розглядати як підсистему в термостаті. Це завжди можна зробити, оскільки в цьому стані буде деяка кількість частинок з енергією ε_i, і внаслідок взаємодії частинок деякі з них вибуватимуть із цього квантового стану, а на їх місце можуть потрапляти інші. Тоді загальна енергія підсистеми

$$E_i = n \cdot \varepsilon_i \qquad \text{(II)}$$

може змінюватися за рахунок обміну частинок з іншими підсистемами (іншими рівнями енергії).

Використовуючи (I), визначимо середню кількість частинок на вибраному рівні:

$$\langle n \rangle = \frac{\sum_{i,n} n \cdot e^{\frac{\mu n - E_i}{\theta}} \cdot g(\varepsilon_i, n)}{\sum_{i,n} e^{\frac{\mu n_i - E_i}{\theta}} \cdot g(\varepsilon_i, n)}. \qquad \text{(III)}$$

Підставляючи (II) в (III) ми тим самим автоматично враховуємо підсумовування по i: $\langle n \rangle = \dfrac{\sum_n n \cdot e^{\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta} n} \cdot g(n)}{\sum_n e^{\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta} n} \cdot g(n)}$.

Цей вираз, очевидно, може бути перетворений до вигляду:

$$\langle n \rangle = \theta \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \sum_n e^{\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta} n} \cdot g(n). \qquad \text{(IV)}$$

Відмінність квазікласичної статистики Масвелла-Больцмана від квантових статистик Бозе-Ейнштейна та Фермі-Дірака виявляється у підрахунку кратності виродження $g(n)$. У класичній статистиці кратність виродження визначимо діленням фазового об'єму, що відповідає вибраній системі (h^3 – так як всі частинки знаходяться в одному стані з енергією ε_i) на мінімальний об'єм одного квантового стану (він теж дорівнює h^3) і на $n!$. Ділення на $n!$ враховує, що перестановки частинок у межах одного квантового стану, не дають нового стану. Тоді для квазікласичних частинок Максвелла-Больцмана кратність виродження буде рівною:

$$g(n) = \frac{h^3}{n! h^3} = \frac{1}{n!}.$$

Тому середнє значення кількості частинок на вибраному енергетичному рівні в статистиці Максвелла-Больцмана визначиться наступним чином:

$$\langle n \rangle = \theta \frac{\partial}{\partial \mu} ln \sum_{n=0}^{N} e^{\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta} n} \frac{1}{n!}. \qquad \text{(V)}$$

Із цього виразу видно, що для квазікласичних частинок хімічний потенціал μ не може бути додатним, оскільки в протилежному випадку при $\mu > \varepsilon_i$ ряд в (V) буде розходитись. У такому випадку верхню межу в сумі по n можна замінити на (∞), що відповідає додаванню нескінченно малих членів при $n > N$. Тоді ряд в (V) дорівнює $\sum_0^\infty \frac{x^n}{n!} = e^x$, де $x = e^{\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta}}$ і середня кількість частинок на довільно вибраному енергетичному рівні ε_i в статистиці Максвелла-Больцмана буде дорівнювати:

$$n = e^{\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta}} = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i - \mu}{\theta}}}, \qquad \text{(VI)}$$

де знак усереднення $\langle\ \rangle$ опущено. Цей вираз вперше одержав Больцман, тому класичну статистику часто називають статистикою Больцмана без згадки Максвелла. Проте неважко побачити, що вираз (VI) є аналогом розподілу Максвелла-Больцмана.

У випадку квантових статистик Фермі-Дірака та Бозе-Ейнштейна, на відміну від статистики Максвелла-Больцмана, згідно з квантовим принципом тотожності, всі частинки одного виду є абсолютно тотожні. Тому у виразі (IV) при підрахунку кратності виродження втрачає зміст ділення на $n!$. Для визначення кратності виродження у цьому випадку необхідно фазовий об'єм, що відповідає вибраній підсистемі (він дорівнює h^3, оскільки підсистема містить один квантовий рівень) розділити на фазовий об'єм, що приходиться на один квантовий рівень (h^3), тоді в (IV) $g(\varepsilon_i) = 1$. Отже, середнє число тотожних частинок на i-том енергетичному рівні буде дорівнювати:

$$\langle n \rangle = \theta \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \sum_n^N e^{(\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta})n}. \qquad \text{(VII)}$$

У цьому виразі підсумовування виконується за кількістю всіх частинок системи, які можуть знаходитися на i-тому рівні. У випадку частинок, що не підкоряються принципу Паулі, верхня межа може бути замінена на (∞), оскільки при $n > N$ члени ряду в (VII) будуть нескінченно малими (за умови $\mu < 0$). Тоді:

$$\langle n \rangle = \theta \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \sum_0^\infty e^{(\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta})n}.$$

Тут ряд $\sum_0^\infty e^{(\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta})n}$ є нескінченно спадною геометричною прогресією зі знаменником $q = e^{\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta}}$, сума якої, як відомо із математики, визначається наступним виразом:

$$\sum_0^\infty e^{\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta} n} = \frac{1}{1 - q}.$$

Таким чином, середнє число тотожних частинок, що не підкоряються принципу Паулі (світлові кванти, k- й π-мезони, атоми та молекули, що мають у своєму складі парне число елементарних частинок), які знаходяться на енергетичному рівні ε_i, дорівнює:

$$n = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i - \mu}{\theta}} - 1}. \qquad \text{(VIII)}$$

Цей вираз називається розподілом Бозе-Ейнштейна.

Відмінність квантових статистик Бозе-Ейнштейна й Фермі-Дірака, враховується межами підсумовування в (VI). Якщо частинки підкоряються принципу Паулі, то на кожному енергетичному рівні не може бути більше однієї частинки. Тоді в (VI) n змінюється від 0 до 1. Отже:

$$\langle n \rangle = \theta \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \sum_0^1 e^{(\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta})n} = \theta \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \left(1 + e^{\frac{\mu - \varepsilon_i}{\theta}} \right) \quad \text{або}$$

$$n = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i - \mu}{\theta}} + 1}. \qquad \text{(IX)}$$

Це і є розподіл Фермі-Дірака, що визначає середнє число тотожних частинок, що підкоряються принципу Паулі (атоми й молекули з непарним числом елементарних частинок, нуклони, електрони та інші частинки з напівцілим спіном), які знаходяться на енергетичному рівні з енергією ε_i.

Графічно вирази (VI, VIII, IX) можна зобразити у вигляді кривих на *рис. 1.*

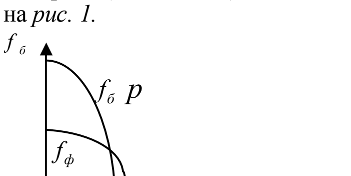

Рис. 1. *Графіки розподілів Максвелла-Больцмана $f_м$, Фермі-Дірака $f_ф$ й Бозе-Ейнштейна $f_б$*

У макроскопічних системах рівні енергії розташовані достатньо густо (квазінеперервно) і часто потрібно визначати не кількість частинок, які знаходяться на деякому конкретно вибраному енергетичному рівні, а кількість частинок, які мають енергію від ε до $\varepsilon + d\varepsilon$. Очевидно для знаходження середнього числа частинок з енергією від ε до $\varepsilon + d\varepsilon$ необхідно середнє число частинок на одному рівні помножити на кількість рівнів: $d\Gamma/h^3$, де $d\Gamma$ – фазовий об'єм, який відповідає станам з енергією від ε до $\varepsilon + d\varepsilon$.

Тоді кількість частинок, які знаходяться на рівнях енергії від ε до $\varepsilon + d\varepsilon$ буде дорівнювати:

$$dn = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{\theta}} + b} \cdot \frac{d\Gamma}{h^3}, \text{ де } b = \begin{cases} 0, & \text{класичні частинки,} \\ +1, & \text{ферміони,} \\ -1, & \text{бозони.} \end{cases} \qquad \text{(X)}$$

Атоми, молекули та інші мікроскопічні частинки повинні описуватися законами квантової механіки, тобто підкорюватись розподілу Бозе-Ейнштейна або Фермі-Дірака. Разом з тим досвід показує, що в багатьох випадках їх рух можна розглядати як рух класичних частинок. Встановимо фізичні умови, при яких від точних квантових розподілів Бозе-Ейнштейна або Фермі-Дірака можна перейти до класичної статистики. Ці умови, очевидно, визначатимуться виразом:

$$e^{\frac{\varepsilon_i-\mu}{\theta}} >> 1, \qquad \text{(XI)}$$

оскільки в цьому випадку в знаменнику виразу (X) можна знехтувати одиницею і одержати розподіл Максвелла-Больцмана (VI).

Припустимо, що умова (XI) виконана і газ є класичним. Тоді, використовуючи (X) і умову нормування $N = \int dn$, запишемо:

$$N = \frac{1}{h^3}\int_{\Gamma} e^{\frac{\mu-\varepsilon}{\theta}} d\Gamma = \frac{1}{h^3} e^{\frac{\mu}{\theta}} \int_{p,q} e^{-\frac{\varepsilon_i}{\theta}} 4\pi p^2 dp dV =$$

$$= 4\pi \frac{V}{h^3} e^{\frac{\mu}{\theta}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{p^2}{2m\theta}} p^2 dp = \frac{V}{h^3} e^{\frac{\mu}{\theta}} (2\pi m\theta)^{\frac{3}{2}}.$$

Звідси:

$$e^{\frac{\mu}{\theta}} = \frac{Nh^3}{V(2\pi m\theta)^{\frac{3}{2}}}. \qquad \text{(XII)}$$

Як відомо, перехід частинок із одного рівня енергії на інший відбувається за рахунок теплових збуджень ($\theta \geq \varepsilon_i$), тому умову (XI) можна записати у вигляді: $e^{\frac{\varepsilon_i-\mu}{\theta}} \approx e^{-\frac{\mu}{\theta}} >> 1 \Rightarrow e^{\frac{\mu}{\theta}} << 1$.

Таким чином, умова (XII) можливості застосування класичної статистики запишеться у вигляді:

$$c = \frac{V}{N}\left(\frac{2\pi m\theta}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} >> 1. \qquad \text{(XIII)}$$

Газ, для якого умова (XIII) не виконується, є квантовим або виродженим. Відповідно умову обернену до (XIII):

$$\frac{V}{N}\left(\frac{2\pi m\theta}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} << 1 \qquad \text{(XIV)}$$

називають умовою виродження, тобто умовою при виконанні якої потрібно використовувати квантові статистики. Аналіз виразу (XIV) показує, що виродження газу може відбутися, якщо має місце хоча б одна із наступних причин: 1) велика концентрація частинок; 2) мала маса частинок; 3) низька температура.

У якості ілюстрації наведених міркувань, оцінимо критерій виродження для гелію при T=10 *К* і p=1 *атм* та для електронного газу в алюмінії при $T = 10^4 K$, густина алюмінію $\rho = 2{,}69 \cdot 10^3$ кг/м^3. Підстановка чисельних значень в (XIII) для гелію дає $C \approx 58$, тобто гелій навіть при такій низькій температурі є невиродженим (класичним). Важчі ж гази будуть невиродженими до дуже низьких температур. Тому у випадку газових систем практично завжди можна використовувати квазікласичну статистику Максвелла-Больцмана, яка даватиме результати, які принаймні якісно узгоджуються з досвідом.

У випадку електронів в алюмінії (та в усіх інших металах), як показують розрахунки, c<<1, тобто електронний газ в металах навіть при високих температурах є виродженим і до нього не можна застосовувати квазікласичну статистику Максвелла-Больцмана.

Якщо умова виродження (XIV) виконується, тобто газ є квантовим, то кількість частинок у заданому квантовому стані буде набагато менша одиниці, тобто принцип Паулі виконується автоматично, оскільки кількість частинок набагато менша кількості станів, і вони потрапляють в кожний стан по одній або взагалі стан залишається незаповненим.

Не дивлячись на те, що у ряді випадків результати класичних статистик співпадають із експериментальними даними, лише створення квантових статистик дозволило пояснити відмічені раніше протиріччя теорії й експерименту.

Висновки. Як показує досвід викладання статистичної фізики, розглянута методика висвітлення питань про створення квантових статистик і порівняння їх з класичною статистикою, достатньо легко сприймається студентами, що дозволяє їм в подальшому ефективно використовувати квантові статистики при розгляді бозе та фермі газів.

Список використаних джерел:

1. Ландау Л.Д. Статистическая физика / Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц. – М. : Наука, 1964. – 567 с.
2. Терлецкий Я.П. Статистическая физики / Я.П. Терлецкий. – М. : Высшая школа, 1973. – 277 с.
3. Левич В.Г. Курс теоретической физики / В.Г. Левич. – М. : ГИФМЛ, 1962. – Т.1. – 695 с.
4. Ансельм А.И. Основы статистической физики и термодинамики / А.И. Ансельм. – М. : Наука, 1973. – 423 с.
5. Китель Ч. Статистическая термодинамика / Ч. Китель. – М. : Наука, 1977. – 335 с.
6. Федорченко А.М. Вступ до курсу статистичної фізики та термодинаміки / А.М. Федорченко. – К. : Вища школа, 1973. – 187 с.

Methodology of teaching of question is examined about comparison statistician in a course statistical physics. Physical terms at which for description of properties of the macroscopic systems it is possible to use classic statistics of Maxwell-Boltzmann are set. The criterion of degeneration is compared for helium and metals.

Key words: spin, statisticians of Maxwell-Boltzmann, Booze-Einstein.

Отримано: 12.08.2012