

Ю. Л. Сморжевський

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка

ВИКОРИСТАННЯ РІВНЕВИХ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ ПРИ ВИВЧЕННІ ПОХІДНОЇ І ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ В КУРСІ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ 11 КЛАСУ

У статті наведено зразки рівневих фізичних задач, які автор рекомендує використовувати на уроках алгебри і початків аналізу 11 класу при вивченні теми «Похідна та її застосування» з метою активізації пізнавальної діяльності учнів.

Ключові слова: початковий, середній, достатній і високий рівні навчальної діяльності учнів, рівневі фізичні задачі, похідна та її застосування.

Серед важливих засобів підвищення ефективності навчального процесу, реалізації прикладної направленості шкільного курсу математики є здійснення міжпредметних зв'язків. Міжпредметні зв'язки дають можливість повніше розкрити перед учнями процеси, закономірності, які вивчаються, успішно розв'язувати завдання формування в них наукового світогляду, розвивати їх мислення і пізнавальні інтереси.

Свідомого засвоєння знань учнями можна досягти лише при здійсненні міжпредметних зв'язків, коли учні використовують набуті знання для виконання різного роду практичних задач, що дає можливість підготувати повноцінного громадянина нашої країни, здатного до цілісного пізнання законів природи.

Здійснення міжпредметних зв'язків передбачає такий взаємозв'язок всього навчально-виховного процесу, коли різні навчальні дисципліни з різних сторін вивчають окремі сторони явищ природи. При цьому зв'язок між явищами, що вивчаються, не порушує внутрішню логіку кожної з дисциплін. Встановлюючи ці природні органічні зв'язки, вчитель сприяє формуванню в учнів узагальнених знань про важливі явища об'єктивного світу, вироблення єдиного цілісного наукового світогляду.

Оскільки в сучасних умовах будь-якому спеціалісту необхідно опиратися на досягнення суміжних областей знань, то зросло політехнічне знання міжпредметних зв'язків.

Спроби використання фізичних задач на уроках алгебри і початків аналізу зроблені в роботах [2], [3]. Однак в цих роботах не розглядалися рівневі фізичні задачі, що в даний час є доцільним, оскільки середні загальноосвітні навчальні заклади перейшли на рівневе навчання.

Ми пропонуємо розв'язувати питання політехнічного навчання і міжпредметних зв'язків алгебри і початків аналізу та фізики за допомогою спеціально підібраної рівневої системи фізичних задач, які мають зіграти велику роль у розвитку в учнів навичок застосування на практиці теоретичних знань, одержаних при вивченні похідної та її застосування. В таких задачах можна розглядати різноманітні застосування похідної у виробництві, науці, техніці, промисловості, народному господарстві.

Розв'язування фізичних задач у процесі вивчення алгебри і початків аналізу є складовим елементом у навчанні алгебри і початків аналізу, причому задачі ми підбираємо, користуючись чотирма рівнями навчальних досягнень учнів: початковим, середнім, достатнім, високим, які розроблені Міністерством освіти і науки України [1].

Зауважимо, що серед наведених задач важливу роль відіграють також експериментальні задачі, які дають можливість відтворювати в навчальному процесі процедуру перевірки наукової гіпотези і показати шлях наукового становлення теорії.

Наведемо для прикладу деякі з системи фізичних задач, яку ми розробили для учнів 11 класу, що працюють за підручником [4]. Ці задачі можуть бути використані як додаткові задачі, що замінюють чисто алгебраїчні задачі з підручника.

Похідна. Механічний та геометричний зміст похідної*Початковий і середній рівні*

1. Залежність шляху від часу виражається функцією $s = 5 + 3t$, де s – у сантиметрах, t – у секундах. Знайдіть швидкість v руху тіла.

2. Прямолінійний рух точки задано рівнянням $s = 3t^2 - 2t + 5$, де t – у секундах, s – у метрах. Знайдіть швидкість руху точки в момент часу $t = 5$ с.

3. Ліфт після ввімкнення рухається за законом $s = 1,5t^2 + 2t + 12$. Знайдіть швидкість руху ліфта через 5 с.

4. В який момент часу струм у колі дорівнює нулю, якщо кількість електрики, яка проходить через провідник, задається формулою $q = 2t + \frac{1}{t}$?

Достатній рівень

1. Тіло масою m рухається за законом $s = 3t^2 + 7t + 9$. Доведіть, що сила, яка діє на тіло, стала.

2. Температура тіла T змінюється залежно від часу t за законом $T = 0,5t^2 - 2t$. З якою швидкістю нагріється це тіло в момент часу $t = 5$ с?

Високий рівень

1. Знаючи, що залежність шляху від часу при вільному падінні тіла виражається формулою $s = \frac{gt^2}{2}$, знайдіть швидкість тіла в момент часу t_0 .

2. Точка рухається прямолінійно за законом $s = \sqrt{t}$. Доведіть, що її прискорення пропорційне кубу швидкості.

Похідні елементарних функцій*Початковий і середній рівні*

1. Точка рухається прямолінійно за законом $s(t) = \frac{3}{2} \sin \frac{\pi t}{2} + 1,5$. Знайдіть прискорення руху точки наприкінці 3-ої, 5-ої і 7-ої секунд.

2. Заряд q у провіднику змінюється з часом за законом $q = \frac{5}{2} \cos^2 \frac{\pi t}{2} + 2t^3$. Знайдіть силу струму провідника в момент часу $t = 3$ с, якщо $I(t) = q'(t)$.

3. Мідна кулька, підвішена до пружини, здійснює гармонічні вертикальні коливання з періодом $T = 8$ с, амплітудою $A = 1,6$ м, початковою фазою $\varphi = 0$. Знайдіть зміщення, швидкість та прискорення кульки в момент часу $t = 1$ с, якщо відомо, що $x(t) = A \sin \frac{2\pi t}{T + \varphi}$, де $x(t)$ – зміщення кульки.

4. Швидкість руху поршня в циліндрі описується функцією $v(t) = v_{\max} \sin(5t + 6)$, де v_{\max} – максимальна миттєва швидкість розгону в процесі робочого ходу. Знайдіть функцію, що задає прискорення.

Достатній рівень

1. Заряд q змінюється в провіднику з часом за законом $q = 2 \sin^3 \frac{\pi t}{4} + t \cos^2 \frac{\pi t}{3}$. Знайдіть силу струму провідника в момент часу $t = 2$ с.

2. Заряд конденсатора в електричному колі описується формулою $q(t) = 2 \sin \frac{\pi}{6} \cos 3t + 2 \sin 4t \cos \frac{\pi}{6}$. Знайдіть силу струму.

Високий рівень

1. Юнак пливе зі швидкістю в два рази меншою від швидкості течії річки. В якому напрямі він має пливати до

другого берега, щоб його знесло течією річки якомога менше? На яку відстань s_{\min} його знесе в цьому разі, якщо ширина річки $k = 200$ м?

2. По горизонтально прокладеній трубці радіуса r тече вода. Яким буде рівень h води у трубці, якщо швидкість течії буде найбільшою (середня швидкість течії води у трубці буде найбільшою, якщо буде найбільшим відношення площі живого перерізу до периметра змочення)?

Теорема про похідні алгебраїчної суми, добутку і частки функцій

Початковий і середній рівні

1. Точка рухається прямолинійно за законом $s(t) = 2t^4 - 3t + 5$ (s – шлях, t – час). Знайдіть швидкість руху точки в момент t .

2. Маховик обертається навколо осі за законом $\varphi(t) = 3t^3 - 2t + 1$. Знайдіть його кутову швидкість $\omega(t)$ у момент часу t .

3. Шлях, пройдений за час t під час вільного падіння, виражається формулою $s = \frac{gt^2}{2}$. Знайдіть миттєву швидкість падіння.

4. Автомобіль рухається за законом $x(t) = 9t^2 + 1$. Знайдіть швидкість руху автомобіля.

Достатній рівень

1. Тіло кинуто з початковою швидкістю v_0 під кутом α до горизонту. Знайдіть положення і миттєву швидкість тіла в будь-який момент часу.

2. Знайдіть силу F , яка діє на тіло масою m , що рухається прямолинійно за законом $x(t) = 2t^3 - t^2$, при $t = 2$.

Високий рівень

1. Точка рухається за законом $s = 5t - t^2$. Який шлях пройде точка за час від $t = 0$ до моменту, коли швидкість дорівнюватиме нулю?

2. З конусоподібної лійки висипається пісок зі сталою швидкістю Q (м³/с). З якою швидкістю змінюватиметься рівень піску у лійці?

Зростання, спадання функції. Екстремальні точки

Початковий і середній рівні

1. Температура води в посудині змінюється за законом $P(t) = t^2 - 4t$, де t – час у годинах, $t \in [0; 20]$. Визначте, в який проміжок часу температура води зростала.

2. Автомобіль подолав відстань від пункту A до пункту B за одну годину. Його рух можна описати рівнянням $s(t) = t^2 - t$. Визначте, який проміжок часу автомобіль їхав вгору, а який – вниз.

3. Маховик під дією гальма за час t повертається на кут $\varphi(t) = -\frac{t^3}{6} + \frac{3}{2}t^2 + 5t$. За яких значень t кутова швидкість $\omega(t)$ обертання маховика спадає?

4. Траєкторія польоту м'яча описується функцією $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 3}$. Вгору чи вниз летітиме м'яч на проміжку від 3 м до 6 м від початку руху?

Достатній рівень

1. Рух тіла описується законом $s(t) = 15t + 2,5\cos^2 t$, де t – час у годинах. Доведіть, що дорога, якою рухається тіло, піднімається вгору.

2. Шлях руху туриста в горах визначається законом $s(t) = 12t + 3\sin 3t$, де t – час у годинах. Доведіть, що турист спускається з гори.

Високий рівень

1. Джерело струму з електрорушійною силою E і внутрішнім опором r підключене до реостата. За яких зна-

чень опору R реостата в зовнішній ланці теплова потужність зростає?

2. Рух катера по річці протягом 2 год. описується законом $s(t) = 4,5t^5 - 8t^4 + 3t^2 - t$. В який проміжок часу швидкість катера зростала?

Локальний екстремум функції

Початковий і середній рівні

1. Матеріальна точка рухається прямолинійно за законом $v(t) = 5 + 4t - t^2$. В який момент часу швидкість буде найбільшою?

2. Матеріальна точка рухається прямолинійно за законом $v(t) = 4t^2 - 3t + 3$. В який момент часу швидкість буде найменшою?

3. Тіло рухається прямолинійно за законом $s(t) = 0,5t^4 - 3t^3 + 15t^2 - 4$. В які моменти часу прискорення руху тіла дорівнюватиме нулю?

4. Точка рухається за законом $v(t) = -t^2 + 8t$. Знайдіть той момент часу, коли швидкість дорівнюватиме нулю.

Достатній рівень

1. Над центром круглого стола, радіус якого R , підвішено електричну лампу. Якою має бути відстань від лампи до стола, щоб освітленість на його краях була найбільшою?

2. Людина може рухатися по полю зі швидкістю v , а по шосе – зі швидкістю u . Їй потрібно з точки A на полі потрапити в точку C на шосе. Під яким кутом до шосе їй треба рухатися, щоб потрапити в точку C найшвидше?

Високий рівень

1. Санки з вантажем загальною масою m треба зрушити з місця. Коефіцієнт тертя спокою по снігу μ . Яку найменшу силу треба прикласти для цього?

2. Із міномета ведуть обстріл схилу гори. Яка максимальна дальність обстрілу вздовж схилу, якщо початкова швидкість v_0 , а кут між горизонтом і схилом β ? Опір повітря не враховувати.

Знаходження найбільшого і найменшого значень функції

Початковий і середній рівні

1. Протягом доби температура T змінювалась за законом $T = \frac{t^3}{3} + 11,5t^2 - 9t - 140$, де t – час у годинах, $t \in [6; 19]$. О котрій годині температура була найвищою?

2. Куля в момент вильоту з рушниць має початкову швидкість v_0 і вилітає під кутом x до горизонту. Визначте за якого значення x дальність польоту буде найбільшою, і знайдіть значення цієї дальності, коли відомо, що вона обчислюється за формулою $l = \frac{v_0^2 \sin 2x}{9}$.

3. Надійність балки, що має прямокутний поперечний переріз, пропорційна його ширині і квадрату його висоти, тобто $P = kxy^2$. Якими мають бути сторони прямокутного поперечного перерізу балки, витесаної з колоди радіуса 30 см, щоб надійність її була найбільшою?

4. Кусок дроту завдовжки 1,8 м згинають так, щоб утворився прямокутник. Якими мають бути сторони прямокутника, щоб його площа була найбільшою?

Достатній рівень

1. Під час роботи судна витрати N на 1 км шляху визначаються за формулою $N = \frac{a}{v} + bv^2$, де a і b – деякі коефіцієнти. Знайдіть найоптимальнішу швидкість судна за цих значень a і b .

2. Два велосипедисти почали рухатися одночасно у двох взаємно перпендикулярних напрямках до перехрестя, перебуваючи на відстанях 2 км і 3 км від нього. Швидкість велосипедистів відповідно дорівнюють 10 км/год. і 12 км/год. Через який час відстань між ними буде найменшою, якщо рух триватиме 1 год.?

Високий рівень

1. Над центром круглої грядки, радіус якої r , треба підвісити електричний ліхтарик так, щоб він освітлював доріжку навколо грядки з найбільшою силою. Якою має бути висота ліхтарика над землею?

2. По двох дорогах рухаються до перехрестя два автомобілі зі сталими швидкостями: 40 км/год. і 50 км/год. Дороги перетинаються під кутом 60° . У початковий момент руху відстані від автомобілів до перехрестя дорівнювали 5 км і 4 км відповідно. Через який час відстань між ними стане мінімальною?

Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка

Початковий і середній рівні

1. Траєкторію руху тенісного м'ячика можна описати формулою $y = \frac{(x-4)^2}{8}$. Зобразіть траєкторію руху.

2. Куля випущена під кутом до горизонту, рухається по траєкторії, яку можна описати формулою $y = 4 - x^2$. Зобразіть траєкторію його руху.

3. Рух автомобіля можна описати законом: $s(t) = 2t - t^2 + 8$, де t – час руху. Зобразіть графічно шлях руху автомобіля.

4. Протягом певного періоду взимку температура змінювалася за законом $f(x) = \frac{x^3}{6} - x^2$. Зобразіть графічно зміну температури.

Достатній рівень

1. Зобразіть траєкторію руху матеріальної точки, якщо рух її можна описати законом $y = (x-1)(x+2)(x-3)$.

2. Дротина після нагрівання набула форми, яку можна задати рівнянням $y = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}$. Зобразіть, якої форми набула дротина.

Високий рівень

1. Координата рухомого тіла змінюється за законом $u(t) = \cos t + \sin t$. Побудуйте графік зміни координати цього тіла.

2. Сила струму змінюється за законом, який виражається формулою $I(t) = 2\sin t - \sin 2t$. Зобразіть графічно залежність сили струму від часу.

Результати експериментального дослідження проведеного в середніх загальноосвітніх навчальних закладах Хмельницької області, переконують в тому, що розглянуті задачі ілюструють прикладний характер математики, сприяють повторенню і поглибленню матеріалу, який вивчається не лише на уроках алгебри і початків аналізу, а й фізики; знайомлять учнів з деякими методами розв'язування задач, які зустрічаються на практиці; формують системні знання з даних дисциплін.

Список використаних джерел:

1. Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти // Математика в школі. – 2000. – № 10. – С. 2.
2. Смержевський Л.О. Задачі з алгебри і початків аналізу: 1001 задача прикладного змісту: 10–11 кл. / Л.О. Смержевський, П.С. Атаманчук, А.М. Кух. – К.: А.С.К., 1999. – 135 с.
3. Смержевський Л.О. Про використання фізичних задач в шкільному курсі математики / Л.О. Смержевський, Ю.Л. Смержевський // Зб. наук. праць Кам.-Под. педуніверситету: Серія педагогічна: Дидактика природознавчо-математичних дисциплін та освітніх технологій, 1999. – Вип. 5. – С. 193–197.
4. Шкіль М.І. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів / М.І. Шкіль, З.І. Слєпкань, О.С. Дубинчук. – К.: Зодіак-ЕКО, 2002. – 384 с.

The standards of level physical tasks, which an author recommends to use on the lessons of algebra and beginnings of analysis of a 11 class at the study of theme «Derivative and its application» with the purpose of activation of cognitive activity of students, are resulted in the article.

Key words: initial, middle, sufficient and high levels of educational activity of students, level physical tasks, derivative and its application.

Отримано: 22.05.2010

УДК 681.142.2

Ю. Л. Смержевський, Л. О. Смержевський

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка

РІВНЕВІ ФІЗИЧНІ ЗАДАЧІ ПРИ ВИВЧЕННІ ІНТЕГРАЛА ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ (АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ, 11 КЛАС)

Розглянуто значення міжпредметних зв'язків математики і фізики в навчально-виховному процесі і розроблено рівневі фізичні задачі, які доцільно використовувати при вивченні інтеграла та його застосування у курсі алгебри і початків аналізу 11 класу.

Ключові слова: міжпредметні зв'язки; рівні навчальних досягнень учнів: початковий, середній, достатній, високий; інтеграл та його застосування.

Новий зміст фізико-математичної освіти в середніх загальноосвітніх навчальних закладах наблизив розглядувані навчальні дисципліни до рівня сучасного наукового знання. Глибокі зв'язки, які існують між математикою і фізикою як науками, мають знайти адекватне відображення у зв'язках між відповідними дисциплінами. Розглядаючи математику і фізику як навчальні предмети, потрібно враховувати, що кожна наукова теорія, ідея, поняття, відображаючи у взаємозв'язках одну із сторін матеріальної дійсності, надає той основний матеріал, який представляє зміст відповідних навчальних предметів.

Сьогодні ні в кого не викликає сумнівів той факт, що лише при оптимальному функціонуванні міжпредметних зв'язків можливе реальне підвищення якості знань школярів.

Проблема міжпредметних зв'язків впливає з дидактичного принципу систематичності, який відображає загальне філософське поняття про зв'язок явищ і узгоджується з фізіологічним і психологічним поняттями про системність роботи мозку. Через міжпредметні зв'язки відобража-

ється живий зв'язок явищ в поняттях людей, а їх здійснення є об'єктивною необхідністю розвиваючого навчання.

На жаль, в даний час міжпредметні зв'язки математики і фізики не знайшли ще потрібного втілення в практику роботи вчителів цих предметів, що веде до неповного, одностороннього вивчення питань, де проявляється закономірний зв'язок математики і фізики як наук про природу.

Систематичне здійснення міжпредметних зв'язків у навчанні математики і фізики в значній мірі сприяє набуттю загальних знань, умінь і навичок, формуванню наукового світогляду учнів.

Спроби використати фізичні задачі на уроках алгебри і початків аналізу зроблені в роботах [1], [2]. Однак, враховуючи те, що середні загальноосвітні навчальні заклади перейшли на рівневе навчання, виникає необхідність розробити рівневі фізичні задачі, які були б доцільними на уроках математики.

Ми пропонуємо розв'язувати питання політехнічного навчання і міжпредметних зв'язків алгебри і початків ана-