Отже, забезпечення готовності учня до здійснення саморегуляції навчально-пізнавальної діяльності – це спільне завдання вчителя і учнів. Формування контрольно-оціночних здібностей учнів буде ефективнішим, якщо воно передбачає усвідомлення вчителем наступного:

- *розвиваюче навчання, яке передбачає потребу учня в самоосвіті, вимагає використання і поступового переходу на механізм самооцінки і самоконтролю;*
- *зміст учнівської самооцінки детермінований характером і формами оцінної діяльності вчителя;*
- *використовуючи прийоми та засоби формування самооцінки та самоконтролю, вчитель повинен сприяти переходу школярів від орієнтації на оцінки до самооцінки діяльності;*
- *розвиток навиків самоконтролю і самооцінки викликає необхідність серйозної роботи вчителя по формуванню у школярів реалістичного рівня домагань.*

Перспективи подальших досліджень полягають у визначенні оцінних рівнів рефлексії, корекції особистісної діяльності учнів та побудови узагальненої моделі рівнів сформованості саморегульованої навчально-пізнавальної діяльності учнів в процесі навчання фізики.

Список використаних джерел:

1. Атаманчук П.С. Інноваційні технології управління навчанням фізики. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний педагогічний університет, інформаційно-видавничий відділ, 1999. – 174 с.
2. Атаманчук П.С. Управління процесом навчально-пізнавальної діяльності. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний педагогічний університет, інформаційно-видавничий відділ, 1997. – 136 с.
3. Гальперин П.Я. Введение в психологию. – М: Изд-во МГУ, 1976. – 146 с.
4. Рабунский Е.С. Индивидуальный подход в процессе обучения школьника. – М.: Педагогика, 1975. – 184 с.
5. Присяжна Т.С., Шарко В.Д. Технології контролю навчальних досягнень учнів // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського державного університету. Серія педагогічна: Дидактика фізики в контексті орієнтирів Болонського процесу. – Кам'янець-Подільський: КПДУ, інформаційно-видавничий відділ, 2005. – Вип. 11. – С.69-73.
6. Осницкий А.К. Саморегуляция деятельности школьника и формирование активной личности. – М.: Знания, 1986. – 80 с.
7. Жук Ю.О., Соколюк О.М. Закономірності формування контрольно-оціночних умінь в учнів середньої школи при вивченні предметів природничо-математичного циклу // Наукові записки КДПУ ім. Винниченка. Випуск 77. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. Винниченка. – 2007. – Частина 1. – С.70-73.
8. Шарко В.Д. Набуття досвіду здійснення контрольно-оцінної діяльності – одне із завдань методичної підготовки вчителя фізики // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського державного університету. Серія педагогічна: Дидактика фізики в контексті орієнтирів Болонського процесу. – Кам'янець-Подільський: КПДУ, інформаційно-видавничий відділ, 2005. – Вип. 11. – С. 94-98.
9. Эльконин Д.Б. Психология обучения младшего школьника. – М., 1974. – С. 39.

In the article attention is spared to the features of forming of control capabilities of students and ability to estimate itself. For determination of efficiency of process of forming of mechanisms of self-control and self-appraisal of students the proper evaluation levels are offered.

Key words: studies of physics, self-regulation, self-control, self-appraisal, reflection.

Отримано: 15.05.2008

УДК 53(07)+372.853

З. П. Поліщук, М. В. Федьович, М. М. Харченко

Житомирський державний університет імені Івана Франка

ФІЗИЧНИЙ МАТЕРІАЛ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

У статті розглядається доцільність і важливість міжпредметних зв'язків математики і фізики, а саме використання задач фізичного змісту на уроках математики.

Ключові слова: математика, фізичний матеріал, електричний струм, комплексні числа.

Однією з умов підвищення ефективності навчального процесу та вдосконалення якості знань учнів є встановлення та реалізація міжпредметних зв'язків у процесі викладання предметів природничого циклу.

Вивчення математики та інших природничих і технічних дисциплін відбувається паралельно, вони доповнюють одна одну. Учні повинні вивчати математику не як окремий предмет, а у взаємозв'язку з іншими предметами природничого циклу [1]. Це дає можливість:

- значно розширити світогляд учнів;
- поглибити знання та підвищити їх якість;
- допомогти учням краще зрозуміти практичну значимість матеріалу, що вивчається;
- розвивати зацікавленість учнів у вивченні фізико-математичних дисциплін.

Проблему міжпредметних зв'язків слід розглядати насамперед у плані *формування світогляду учнів* на основі філософського узагальнення знань, що їх здобувають вони при вивченні суміжних дисциплін.

Механічний зміст похідної. Похідна у фізиці і техніці

Вивчаючи в курсі початків математичного аналізу тему «Похідна у фізиці й техніці», учні мають можливість пов'язати матеріал, вивчений ними на уроках фізики і технічних дисциплін з темою «Похідна» [5].

Задача 1.

Знайдіть швидкість і прискорення в момент часу t і в момент, коли $t = 1$ с для точки, що рухається прямолінійно за законом: $s(t) = 2t^3 - 3t$ (s – шлях у метрах, t – час у секундах).

Розв'язання:

Враховуючи механічний зміст похідної, маємо: $v(t) = s'(t) = 6t^2 - 3.$

Якщо $t = 1$ с, то $v(1) = 6 \text{ м} \cdot \frac{1}{\text{с}^2} - 3 = 3\frac{\text{м}}{\text{с}}.$

Аналогічно: $a(t) = v'(t) = 12t.$

Якщо $t = 1$ с, то $a(1) = 12 \text{ м} \cdot \frac{1}{\text{с}^2} = 12\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$

Відповідь: $v = 3\frac{\text{м}}{\text{с}}; a = 12\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$

Про електричний струм, похідну та комплексні числа

Ми вже якось звикли чути і самі говоримо учням, що математика є могутнім засобом дослідження законів та явищ природи і суспільства, одним із основних чинників науково-технічного прогресу. Учні охоче вірять цьому. Проте шкільний курс математики не передбачає побудови цікавих і змістовних моделей, які б підтверджували подібні висловлювання.

В процесі вивчення курсу фізики складається враження, що математика є лише мовою, з допомогою якої зручно записувати ці закони. Тому на прикладі елементарної електротехніки спробуємо з'ясувати, як математика може виступати засобом не лише опису явищ, але і їх але і їх дослідження, одержання важливих наслідків, відкриття нових закономірностей [5].

Даний матеріал можна використати під час викладання математики учням старших класів за умови, що вони володіють поняттям похідної функції як швидкості зміни процесу, який описує дана функція. Базові поняття з теорії комплексних чисел, наведені нижче, не виходять за межі програмових.

Комплексне число α в алгебраїчній формі має вигляд: $\alpha = a + bi$, де a, b – дійсні числа, $i^2 = -1$.

Комплексне число α зображається точкою на координатній площині з координатами (a і b) або вектором $\overline{0\alpha}$ з такими самими координатами.

Поряд з алгебраїчною формою числа α вживають *тригонометричну форму:* $\alpha = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, де $|a| = r$, $r = \sqrt{a^2 + b^2}$, а φ – кут нахилу вектора $\overline{0\alpha}$ до осі x, причому $\sin\varphi = \frac{b}{r}$, $\cos\varphi = \frac{a}{r}$.

Наприклад, якщо $\alpha = 1 - i\sqrt{3}$, то $r = \sqrt{1+3} = 2$, $\cos\varphi = \frac{1}{2}$, $\sin\varphi = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, звідки одне зі значень аргументу $\varphi = -\frac{\pi}{3}$.

Тому тригонометрична форма числа $1 - i\sqrt{3}$ має вигляд

$$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right).$$

Аналогічно для $\beta = -1 - i$ маємо:

$$r = \sqrt{2},\ \sin\varphi = -\frac{1}{2},\ \cos\varphi = -\frac{1}{\sqrt{2}},$$

одне із значень: $\varphi = \frac{5\pi}{4}$, тому $\beta = \sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$.

Тригонометричну форму комплексного числа зручно застосовувати під час множення чисел. Для цього потрібно модулі співмножників перемножити, а аргументи додати. Під час ділення комплексних чисел користуються таким правилом: модуль частки двох чисел дорівнює частці від ділення модуля діленого на модуль дільника, а аргумент – різниці аргументів діленого і дільника.

1. Моделювання змінного струму

Одним із важливих питань, з якими доводиться мати справу у процесі вивчення електрики є питання про характер змінного струму, а точніше – опис найважливіших характеристик змінного струму – ЕРС (напруги) та сили струму. Школярам у таких випадках запропонуємо остаточний результат [4].

Наприклад, змінний струм синусоїдальний, тобто сила струму I в кожний момент часу t визначається за формулою:

$$I = I_m \sin(\omega t + \varphi_i), \tag{1}$$

де I_m – амплітуда, ω – частота, φ_i – початкова фаза.

Аналогічну формулу маємо для ЕРС:

$$\xi = \xi_m \sin(\omega t + \varphi_i). \tag{2}$$

Проте ці формули легко довести, використовуючи тригонометричні функції, їх похідні і деякі знання про електричний струм та його походження.

Формулу (1) легко довести, виходячи з формули (2) та закону Ома для електричного кола, що містить активний опір R.

Оскільки $U = U_m \sin(\omega t + \varphi_U)$, то:

$$I = \frac{U}{R}\frac{U_m \sin(\omega t + \varphi_u)}{R} = \frac{U_m}{R}\sin(\omega t + \varphi_u) = I_m \sin(\omega t + \varphi_u),$$

де $I_m = \frac{U_m}{R}$.

Під час доведення формули (1) для електричного кола змінного струму, який містить конденсатор з електроємністю C, скористаємося тим, що кількість електрики q на пластинах конденсатора визначається за формулою $q = U \cdot C$, а сила струму – за формулою $I = \frac{dQ}{dt}$.

Далі маємо

$$I = \frac{d(CU)}{dt} = CU_m\omega\cos(\omega t + \varphi_u) =$$
$$= CU_m\omega\sin\left(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{U_m}{X_C}\sin(\omega t + \varphi_i),$$

де $X_C = \frac{I_m}{C_\omega}$, $\varphi_i = \varphi_u = \frac{\pi}{2}$.

Звідси, зокрема, бачимо, що в колі змінного струму з конденсатором фазові значення струму і напруги відрізняються на кут $\frac{\pi}{2}$, а залежність між струмом і напругою вже відрізняється від «класичного» закону Ома, хоча зовнішня схожість незаперечна (і не тільки зовнішня!). А залежність між амплітудними значеннями струму і напруги повністю збігається з формулою закону Ома: $I_m = \frac{U_m}{X_C}$.

Не випадково величину X_C називають *ємнісним опором.*

Аналогічний зв’язок можна отримати і для ланцюгів змінного струму, що містять індуктивність L, спираючись на умову синусоїдальності змінного струму.

Виходитимемо з того, що ЕРС самоіндукції, яка зумовлює зменшення струму, дорівнює:

$$\xi_L = -L\frac{d}{dt}(\omega t + \varphi_i) \text{ і } U_L = -\xi_L.$$

Тому:

$$U_L = L\frac{d}{dt}\left(I_m \sin(\omega t + \varphi_i)\right) =$$
$$= \omega L I_m \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) = X_L I_m \cos(\omega t + \varphi_i),$$

де $X_L = \omega L$ – індуктивний опір ланцюга з індуктивністю.

І знову для амплітудних значень маємо: $U_m = X_L I_m$.

Повний опір змінному струму у випадку, коли електричне коло містить активний R, індуктивний X_L та ємнісний X_C опори, складається із цих величин. Йдеться не про підсумовування, а про обчислення за формулою:

$$\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

обґрунтування якої ми не будемо наводити.

Ми дістали найважливіші характеристики ланцюгів змінного струму і співвідношення між ними, які в подальшому використаємо для реалізації ідеї моделювання змінного струму з допомогою комплексних чисел.

2. Додавання гармонічних коливань

Наступний крок з реалізації цієї ідеї пов'язано з додаванням синусоїдальних струмів. Ця задача цілком природна. Якщо генератор містить кілька рамок, з'єднаних послідовно, то ЕРС генератора знаходиться шляхом підсумовування всіх ЕРС, що індукуються в кожній рамці (цей факт вважатимемо встановленим експериментально) [2]. Виникає запитання: чи є сума двох синусоїдальних ЕРС з однаковою циклічною частотою (або однаковою кутовою швидкістю) знову синусоїдальною?

Позитивну відповідь на це запитання дістанемо додаванням синусоїдальних ЕРС (гармонічних коливань):

$$\xi_1 = \xi_{m_1}\sin(\omega t + \varphi_1) \text{ та } \xi_2 = \xi_{m_1}\sin(\omega t + \varphi_2).$$

Скориставшись формулами тригонометрії, матимемо:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = \xi_{m_1}\sin(\omega t + \varphi_1) + \xi_{m_2}\sin(\omega t + \varphi_2) =$$
$$= \left(\xi_{m_1}\cos\varphi_1 + \xi_{m_2}\cos\varphi_2\right)\sin\omega t + \left(\xi_{m_1}\sin\varphi_1 + \xi_{m_2}\sin\varphi_2\right)\cos\omega t =$$

$$= a\sin\omega t + b\cos\omega t =$$

$$= \sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\omega t + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\omega t\right),$$

де $a = \xi_{m_1}\cos\varphi_1 + \xi_{m_2}\cos\varphi_2,\ b = \xi_{m_1}\sin\varphi_1 + \xi_{m_2}\sin\varphi_2$.

Оскільки

$$\left|\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right| \le 1,\ \left|\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right| \le 1,$$

$$\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2 + \left(\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2 = 1$$

то можна ввести заміну:

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\alpha,\quad \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sin\alpha.$$

Тоді

$$\xi = \sqrt{a^2+b^2}\sin(\omega t + \alpha) = \xi_m \sin(\omega t + \alpha).$$

Тут

$$\xi_m^2 = \xi_{m_1}^2 + \xi_{m_2}^2 + 2\xi_{m_1}\xi_{m_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2),$$

$$\cos\alpha = \frac{\xi_{m_1}\cos\varphi_1 + \xi_{m_2}\cos\varphi_2}{\xi_m},\quad \sin\alpha = \frac{\xi_{m_1}\sin\varphi_1 + \xi_{m_2}\sin\varphi_2}{\xi_m}.$$

Першим кроком у моделюванні змінного струму може бути розв'язування розглянутої задачі на додавання ЕРС. Справа в тому, що дійсний вираз:

$$\xi_m \sin(\omega t + \varphi)$$

і комплексний вираз:

$$\xi_m\left(\cos(\omega t + \varphi) + i\sin(\omega t + \varphi)\right)$$

знаходяться у взаємно однозначній відповідності і визначають один одного. Отже, сумі

$$\xi_1\sin(\omega t + \varphi_1) + \xi_2\sin(\omega t + \varphi_2)$$

відповідає комплексний вираз:

$$\xi_1\left(\cos(\omega t + \varphi_1) + i\sin(\omega t + \varphi_1)\right) +$$

$$+\xi_2\left(\cos(\omega t + \varphi_2) + i\sin(\omega t + \varphi_2)\right) =$$

$$= \left(\xi_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1) + \xi_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)\right)\times$$

$$\times(\cos\omega t + i\sin\omega t).$$

Звідси випливає, що підсумкова ЕРС є синусоїдальною з тією самою частотою ω. Для знаходження її амплітуди та початкової фази необхідно число

$$\xi_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1) + \xi_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$$

записати в тригонометричній формі (тобто знайти його модуль і аргумент).

За умови фіксованої частоти гармонічному коливанню $A\sin(\omega t + \varphi)$ для кожного t можна поставити у відповідність число $A(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ або вектор довжини A, що утворює кут φ з віссю x. Ця відповідність зберігається під час додавання коливань і відповідних комплексних чисел (або векторів).

3. Комплексна модель змінного струму

Комплексні числа «реальні» такою самою мірою, як і дійсні [3]. І якщо спрацьовує модель фізичного процесу, побудована на їх основі, то така модель можлива.

Наведені раніше комплексні характеристики

$$\dot{\xi} = \xi_m\left(\cos(\omega t + \varphi_e) + i\sin(\omega t + \varphi_e)\right),$$

$$\dot{U} = U_m\left(\cos(\omega t + \varphi_u) + i\sin(\omega t + \varphi_u)\right),$$

$$\dot{I} = I_m\left(\cos(\omega t + \varphi_i) + i\sin(\omega t + \varphi_i)\right)$$

для ланцюгів змінного струму називають відповідно комплексними ЕРС, напругою та силою струму (або комплексом ЕРС, напруги та струму).

Перетворивши $\dot{I} = \dot{I}_m(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)(\cos\omega t + i\sin\omega t)$ і позначивши $I_m(\cos\varphi_i + i\sin\varphi_i) = \dot{I}_m$, маємо

$$\dot{I} = \dot{I}_m(\cos\omega t + i\sin\omega t).$$

Аналогічно,

$$\dot{\xi} = \dot{\xi}_m(\cos\omega t + i\sin\omega t),\ \dot{U} = \dot{U}_m(\cos\omega t + i\sin\omega t),$$

де $\dot{\xi} = \dot{\xi}_m(\cos\varphi_e + i\sin\varphi_e),\ \dot{U} = \dot{U}_m(\cos\varphi_u + i\sin\varphi_u)$.

Комплексні числа $\dot{I}_m, \dot{\xi}_m, \dot{U}_m$ називають комплексними амплітудами струму, ЕРС і напруги.

Комплексні сила струму і напруга пов'язані саме лінійною залежністю.

$$R_C = X_C i = -\frac{1}{\omega C}i,$$

а з індуктивністю L – число $R_L = X_L i = \omega L i$, назвавши їх відповідно комплексними опорами ємності та індуктивності.

Якщо коло змінного синусоїдального струму частоти містить активний опір, ємність C та індуктивність L, то число

$$Z = R + R_L + R_C = R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

і називають комплексним опором кола (комплексом опору) та $\dot{U} = Z\dot{I}$.

Зауважимо ще й те, що модуль комплексного числа називається повним опором кола змінного струму:

$$|Z| = \sqrt{R^2\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Якщо коло не містить ємності та індуктивності, то повний опір $|Z|$ дорівнює активному опору R. Величину $X = X_L - X_C$ називають реактивним опором. Зрозуміло, що активний опір збігається з дійсною, а реактивний опір – з уявною частиною комплексного опору електричного кола.

Використання фізичного матеріалу сприяє розвитку навиків в використанні математичного апарату, дає можливість використовувати різноманітні методи (векторний, координатний і інші) для розв’язання прикладних задач, допомагає формувати в учнів уявлення про роль математики при вивченні навколишнього світу, бачити різницю між реальним і ідеальним, між фізичним явищем і його математичною моделлю, викликає додатковий інтерес і мотивацію до вивчення.

Список використаних джерел:

1. Бевз В. Міжпредметні зв’язки як необхідний елемент предметної системи навчання // Математика в школі. – 2003. – №6. – С. 6-11.
2. Білий М.С. Розкриття зв’язків між предметами природничо-математичного циклу // Радянська школа. – 1983. – №1. – С. 17-24.
3. Гринин А.М. О некоторых приложениях математики к физике // Физика в школе. – 1986. – №1. – С. 85-86.
4. Далингер В.А. О некоторых приёмах реализации связей «математика-физика» // Физика в школе. – 2003. – №3. – С. 28-34.
5. Кац М. Физический материал на уроках математики // Математика. – 2001. – №2. – С. 15-17.

Expedience and importance of intersubject connections of mathematics and physics is examined in the article, namely the use of tasks of physical maintenance lights up on the lessons of mathematics.

Key words: mathematics, physical material, electric current, imaginaries.

Отримано: 26.04.2008