УДК 372.851

**К. В. Рабець**

*Київський національний університет імені Тараса Шевченка*

# ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНІСНО-СВІТОГЛЯДНИХ РИС МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ "ГРАНИЦЯ ПОСЛІДОВНОСТІ"

У статті обговорюються питання формування наукового світогляду при вивченні основоположної операції математичного аналізу – граничного переходу.

**Ключові слова**: світогляд, методологічні питання, розвиток, нескінченно мала, границя послідовності, вчитель.

Виховання наукового світогляду є одним з основних завдань як середньої, так і вищої школи. Перед математиками в цій великій і відповідальній справі стоїть серйозне завдання. Вони повинні показати роль і силу математичних методів у пізнанні навколишнього світу й розкрити причини цієї сили, виявити шляхи формування наукових понять і джерела виникнення нових наукових теорій. Добре відомо, що досвідчений й люблячий свою справу викладач, незалежно від того, шкільний або університетський, впливає на розум, інтереси й поведінку своїх учнів. Вони прислухаються до його слів і прагнуть наслідувати, часом несвідомо, ті принципи, які він розділяє. Якщо студенти чують на лекціях з математики не тільки формальний виклад предмету, але й міркування про його основні методологічні проблеми, їх розв'язання в процесі розвитку конкретних математичних дисциплін, значення для пізнання в цілому, – це, безсумнівно, сприяє тому, що філософське осмислення математики і її методів стає для студентів необхідною частиною самого математичного знання.

Одночасно ознайомлення з методологічними питаннями математики, з її загальними філософськими проблемами допомагає молодим людям подивитись на цю науку з більше широких позицій, визначити її місце в системі знань, побачити математику в розвитку, в зв'язках з іншими областями знання, а також замислитися над рушійними силами прогресу математики. Воно може допомогти глибше розібратися у необхідності все більшої абстрактності математики й все більшої загальності її понять, побачити, як абстрактність математичної логіки допомагає більш повному й широкому пізнанню явищ природи та процесів, що протікають у суспільстві. Все це наблизить учнів до твердого переконання в тому, що математичні методи необхідні для сучасного знання й можуть бути застосовані до найрізноманітніших за своїм змістом явищ. Але й цього замало – обов'язково потрібно показати, як працюють певне поняття чи теорія, що здатні дати вони як для самої математики, так і для інших дисциплін. Показ математики в дії є найдійовішим засобом виховання наукового світогляду. То ж вкрай назріла пора вироблення саме такого підходу.

Важливо, щоб ще в університеті студент-математик, особливо майбутній вчитель, збагнув різні сторони, якими може обернутися математика – філософську, логічну, прикладну. І це повинно прозвучати не тільки у вступному слові до курсу чи спецкурсу. Ця світоглядна, методологічна складова математичної культури, математичної компетентності повинна стати лейтмотивом всього викладання математики.

Само собою зрозуміло, що вчити слід так, щоб студенти чітко розуміли призначення певної теорії, сенс означень, логіку доведення її тверджень. Розуміли, а не просто запам'ятовували. Пам'ятати потрібно, але ще важливіше розуміти пізнане. Математика відноситься до тих дисциплін, в яких втрата розуміння хоча б в одному пункті приводить до подальшого а то й повного нерозуміння цілого розділу, з подальшою втратою віри у спроможності збагнути втрачене, падінням мотивації та інтересу до навчання. Запам'ятовування без розуміння приводить й до характерного формалізму знань, коли запам'ятовуються зовнішні атрибути, властиві означенню, доведенню того чи іншого факту, але їхня суть залишається незрозумілою, а тому не підготовленою до подальшого застосування. Особливо важливо добиватися вичерпного розуміння основних положень теорії, тому не можна обмежувати час на роз'яснення основоположних понять. Не треба підміняти чітке розуміння основ прагненням викласти якомога більше матеріалу.

На наше переконання, лекція в першу чергу повинна бути спрямована на те, щоб зробити гранично ясними основні ідеї дисципліни, розгорнути перед очима студентів зв'язок предмета з іншими галузями людського знання, з актуальними науковими й прикладними ідеями наших днів, вселити в їхню свідомість упевненість у власні сили, виховати інтерес до подальшого пізнання предмета. Дуже важливо домогтися того, щоб викликати в слухачів міцні асоціації нових означень, результатів, методів із уже наявними в них знаннями й практичними навичками. Істотно зруйнувати саму можливість думки, що математика розвивається тільки заради себе, важливо показати, що вона тісно зв'язана з усіма іншими областями наукового й практичного знання. Потрібно навчити бачити в математичних поняттях і фактах можливості їхнього практичного використання, а в завданнях практики – можливості подальшого розвитку здавалося б завершеної фундаментальної науки. Викладач зобов'язаний прагнути зробити передані знання активним знаряддям своїх слухачів, а не простим надбанням пам'яті, бо корисним, безумовно, є не все знання як інформація про будь-що, а лише так зване "живе знання", що здатне діяти, працювати, допомагати у вирішенні виникаючих пізнавальних проблем.

Ми вважаємо, що принципові місця курсу вимагають неквапливого викладу й висвітлення з усіх можливих позицій, щоб студент зумів свідомо засвоїти їх, щоб вони перетворилися в дієвий інструмент його повсякденної роботи.

Важлива роль у справі формування наукового, діалектико-матеріалістичного світогляду належить аналізу нескінченно малих. Енгельс багаторазово говорив про те, що діалектика входить у математику разом із диференціальним й інтегральним численням, і ми, математики, краще всіх знаємо, як глибоко вірні ці слова.

"Жодна проблема не хвилювала так глибоко людський дух, як проблема нескінченного; жодна ідея не впливала на розум так збуджуючи й плідно, як ідея нескінченності; але, однак, жодне поняття не має такої потреби у з'ясуванні, як поняття нескінченного". Ці слова, сказані Д. Гільбертом на початку минулого століття (1925 р.), справедливі й на початку нинішнього.

Основною причиною того, що поняття границі виявилося настільки важким для сприйняття і тлумачення, є та, що перехід від скінченного до нескінченного, від дискретного до неперервного вимагає нових абстрактно-логічних міркувань; пряме перенесення уявлень про скінченне на нескінченне призводить до помилок. Відсутність чіткого уявлення про граничний перехід і, як наслідок, необґрунтованість операції відкидання нескінченно малих простежується і у творців диференціального та інтегрального числення Ньютона і Лейбніца. Аналізуючи стан тодішньої науки у підручнику [8], Шилов Г.Є. зазначає: "Математики того часу, напевно, вважали, що лінійними в малому є самі функції, а диференціали є їхніми приростами, що відповідають певним "надзвичайно малим" диференціалам – приростам аргументів. Ця точка зору, природно, не могла бути проведена скільки-небудь послідовно, що значною мірою ускладнювало обґрунтування аналізу й надавало простір для нищівної критики збоку філософів, що зберігається й дотепер". Прикладом є цитата із книги Баумана "Простір, час і математика" [1, с.312], надрукованої в 60-х роках 20 ст.: "Не торкаючись самого числення нескінченно малих, яке вважаємо геніальним винаходом, що виправдав себе на практиці, скоріше мистецтвом, ніж наукою, ми відкидаємо і вважаємо логічно неможливим його логічне обґрунтування засобами звичайної математики." Аналізуючи реакцію вчених на впровадження аналізу нескінченно малих, Ф.Клейн [1], продовжує: "У невдалих поясненнях відчувалось щось містичне, у результаті нерідко виникало упередження, начебто диференціальне числення є особливою філософською системою, яку не можна обґрунтувати, і в яку можна тільки вірити, вбачали навіть елементи крутійства чи шахрайства. Найбільш різкою була критика філософа Берклі, який у невеликій книжці "Аналіст" в іронічній формі писав: "Той, хто може перетравити другу або третю флексію,... не повинен, як мені здається, чіплятися до будь-чого у богослов'ї". Гегель, філософ іншого напрямку, зв'язував методи нескінченно малих з відкритими їм діалектичними законами мислення й трактував диференціювання як заперечення (скінченної величини), а інтегрування – як заперечення заперечення. З цього погляду весь аналіз нескінченно малих він трактує як результат застосування діалектики до математики. При цьому стає зрозумілою неприйнятність тодішніх "доведень" з погляду формальної логіки, – нічого іншого й не могло бути при неформалізованих вихідних положеннях. Втім, справедливість наведених міркувань Гегеля не просувала аналіз нескінченно малих ні на крок уперед; для його плідного розвитку стала необхідною побудова логічно бездоганного фундаменту, до чого долучилися видатні математики XVIII століття – Ейлер, Даламбер, Лагранж. Однак, лише в XIX столітті потрібна формалізація була досягнута в роботах Коші й Вейєрштрасса. Головна заслуга Коші була саме в тому, що він розглядав диференціал функції не як її збільшення, а як головну лінійну частину її збільшення. Точне формулювання цього поняття Коші будує на основі поняття границі, Вейєрштрасс додає техніку міркувань "$\varepsilon-\delta$", що, зокрема, дозволило виправити деякі занадто поспішні міркування Коші.

Ґрунтовний аналіз розвитку вчення про нескінченно малі подає відомий вчений-педагог Хінчин О.Я. [7]. Першим етапом він вважає XVII-XVIII століття – етап стрімкого та некритичного розвитку, період накопичення фактів, конкретних результатів. (Ми ж вважаємо не вартим відкидати всю попередню історію границі, починаючи з апорій Зенона чи геніальних напрацювань Архімеда.) В усяку епоху концепція границі цілком обумовлюється тим, як розуміється нескінченно мала величина. Відомо, що в перший період у розумінні природи нескінченно малих величин не було ні повної ясності, ні повної одноголосності. Хоча процесуальне, динамічне походження нескінченно малих не підлягало сумніву, сама ідея змінної величини була ще настільки новою, так непевно сприймалася науковою думкою, що термін "нескінченно мала" переважно розуміли як вказівку на розміри величини, а не як характеристику способу її зміни. Є й інша, більш істотна причина: включення в рамки математичної науки ідеї змінної величини як об'єкта точного дослідження вимагало, як це згодом дуже ясно було зазначено Енгельсом, елементів діалектичного мислення, що в цю епоху було ще не під силу. Звідси виникало протиріччя: динамічний характер нескінченно малих величин і граничних переходів хоча, безсумнівно, й визнавався, але змушений був залишатися поза рамками точних математичних формулювань, в обігу були описові вирази.

Другий етап у розвитку поняття границі (перша половини XIX сторіччя) знаменує собою найзначніше зрушення в усій своїй історії. В науку впевнено входить декартова змінна величина. Ідея змінності дає можливість повернути поняттю границі його первісну динамічність, повністю врахувати в означенні його процесуальне походження й тим самим уникнути логічних недоліків, характерних для попередньої епохи. У цей період уже чітко говориться: нескінченно малою називається величина, що на певній стадії розглядуваного процесу стає й у всіх подальших стадіях його залишається (за абсолютним значенням) як завгодно малою (меншою будь-яке додатне число). Аналізуючи це означення нескінченно малої величини, О.Я.Хінчин пише, що воно з усією виразністю вказує не на розміри (нескінченно мала величина може бути іноді досить великою), а на характер її зміни. У цьому розумінні термін "нескінченно мала", створений у попередню епоху, є очевидним анахронізмом; його варто було б замінити терміном "безгранично спадаюча" або іншим аналогічним; на жаль, цього не трапилося, і кожен педагог знає, скільки труднощів і помилок породжує це невдале слововживання [7, с.53-67].

Третій етап відноситься до другої половини XIX сторіччя. Він найтіснішим чином пов'язаний як із загальною тенденцією формалізації математичної науки, так і з більш вузьким устремлінням арифметизувати аналіз, тобто звести його обґрунтування до натурального числа. У цей період були вперше побудовані вичерпні теорії ірраціональних чисел (Дедекінд, Кантор, Вейєрштрасс), без яких, як відомо, не могло бути й мови про належне обґрунтування теорії границь; основні теореми (наприклад, теорема про існування границі монотонної обмеженої послідовності) без загального означення ірраціонального числа або невірні, або позбавлені змісту; тим часом ці теореми є необхідними вже в курсі середньої школи. Таким чином, якщо ідейно поняття границі майже в повній мірі оформилось у першій половині XIX сторіччя, то строга математична концепція мала певні вади, залишалися значні прогалини, заповнені лише в другій половині століття.

Останній, четвертий етап у розвитку поняття границі – минуле століття. Він виник у зв'язку з назрілою необхідністю значного розширення ідеї, закладеної в первісній концепції границі. Уже давно математика, поряд з найпростішим випадком натуральної чи дійсної змінної, повинна була зайнятися вивченням граничних переходів в областях зовсім іншої структури: границі комплексних чисел, багатомірних векторів, функції, випадкових величин; у більш складних випадках виявився доцільним розгляд різних видів граничного переходу: так, у випадку границі функції довелося розрізняти звичайну збіжність, рівномірну збіжність, збіжність "у середньому" тощо, причому різні граничні переходи природно мали й свої специфічні властивості. Ця обставина разом із властивою математиці нашої епохи тенденцією до узагальнення привела до створення загальних вчень про граничний перехід. Мова йде вже не про границю змінної величини, у прямому розумінні цього слова, а про структуру самого граничного переходу, що є предметом сучасного аналізу і топології. Ми не будемо зупинятися докладніше на цьому важливому моменті історії поняття границі, бо, незважаючи на його наукове значення, він поза всякими сумнівами не може не тільки бути внесений у шкільне викладання, але й мати вплив на його програму й стиль. Відзначимо, погоджуючись з [7], що цей четвертий етап, подібно до третього, жодною мірою не скасовує й не відкидає концепції границі, виробленої на другому етапі. Якщо наприкінці XIX сторіччя ця концепція піддалася уточненню й доповненню, то в нашому столітті вона була значно узагальнена й піднята на вищий щабель абстракції; але ні те, ні інше не знаменувало собою відмови від цієї концепції.

Метою цього історичного екскурсу було виокремлення й аналіз тих труднощів і проблем, які виникали перед математиками в процесі формування поняття границі. Як педагоги, переконані, що їх усвідомлення допомагає розібратися з психологічними труднощами, які виникають в учнів при вивченні цього поняття, бо твердо стоїмо на позиції, що важко засвоюється саме те, що важко діставалося самим математикам.

Історія математики важлива для розвитку інтересу до математики, до її філософських питань, можливостей її застосувань, але не лише. За словами великого Лейбніца, вона важлива не лише тим, що віддає кожному по заслугах, але головним чином тим, що учить мистецтву творчості. А це, останнє, є, мабуть, найважливішим у всякому навчанні. Кожне покоління повинне піти далі за попереднє по шляху прогресу, а для цього потрібно навчитися в старому, відомому помічати паростки нового, невідомого. І не лише помічати, але і створювати більш загальні і досконалі концепції – теоретичні, прикладні, педагогічні.

Поняття границі має фундаментальне значення для математики, оскільки саме операція граничного переходу характеризує цю науку. У шкільному курсі математики поняття границі дає змогу теоретично обгрунтувати вивчення таких питань алгебри та геометрії як нескінченні десяткові дроби, нескінченна геометрична прогресія, довжина кола, площа круга, об'єм та площа поверхні певних просторових тіл, а також є основою для введення понять похідної та інтеграла.

В умовах диференціації навчання можливий різний ступінь повноти вивчення теорії границь у школі [2]. А розпочати слід з найпростішого – поняття границі числової послідовності.

Розуміючи необхідність початкового створення в учнів інтуїтивного уявлення про це поняття, автори підручника [10] пропонують розглянути кілька конкретних прикладів числових послідовностей: $(x_n)=\frac{n+1}{n}$, $(y_n)=-\frac{1}{n}$, $(z_n)=2-\frac{(-1)^n}{n}$, $(u_n)=(-1)^n$ та проаналізувати їх поведінку. Виписавши декілька перших їх членів та відмітивши їх точками на числовій осі, учні помічають, що для перших трьох із них існує число (відповідно 1, 0 і 2), до якого наближаються члени послідовності зі зростанням номера *n*. Для послідовності $(y_n)$ такого числа немає: члени послідовності з парним номером попадають у точку 1, а з непарним – у точку –1.

Якщо члени послідовності $(x_n)$ із зростанням номера *n* наближаються до числа *a*, то цю послідовність називають збіжною до числа *a* і записують $x_n \to a$, якщо $n \to \infty$, або $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$.

Якщо послідовність не має скінченної границі, її називають розбіжною.

Серед наведених прикладів збіжними є послідовності $(x_n),(y_n)$ та $(z_n)$, а розбіжною – послідовність $(u_n)$.

Приклади розглянутих збіжних послідовностей ілюструють, що члени послідовності можуть наближатися до своєї границі по-різному: залишатись тільки зліва або тільки справа від неї, або коливатись, набуваючи значень то справа, то зліва від числа *a*.

Цим можна обмежитись у класах гуманітарного профілю та в загальноосвітній школі [3].

Програмою з математики для класів з поглибленим вивченням математики передбачено строге означення границі числової послідовності. І знову зазначені підручники [9],[10] рекомендують спочатку на конкретних прикладах простежити, як для збіжної послідовності, наприклад $(x_n)$, змінюється відстань її членів від числа 1 із зростанням номера *n*. Відмітивши її зменшення, виникає запитання: чи може ця величина, тобто $|x_n-1|$, стати меншою за 0,01; 0,001; 0,0001 і взагалі – меншою за будь-яке наперед задане як завгодно мале додатне число?

З'ясуємо, наприклад, коли (для яких членів послідовності $(x_n)$ матиме місце нерівність $|x_n-1|<0{,}001$.

Маємо $|x_n-1|=\frac{1}{n}$. Отже, нерівність виконується, якщо $\frac{1}{n}$<0,001, $n>1000$, тобто $|x_n-1|<0{,}001$ при $n=1001, 1002, \ldots$

Враховуючи геометричний зміст модуля, це означає, що всі члени послідовності $(x_n)$, починаючи з $x_{1001}$, розташовані від точки 1 на відстані, яка менша за 0,001, а це все одно, що $x_n=1$ з точністю до 0,001 для всіх членів послідовності з номерами $n\geq 1001$. Далі підручник пропонує провести обчислювальний експеримент для різних значень $\varepsilon>0$ і скласти таблицю залежності *N, n* від $(x_n)$ та *ε* та провести міркування в загальному вигляді. Після цього автори дають означення границі числової послідовності:

Число *a* називається границею числової послідовності $(x_n)$, якщо для довільного числа $\varepsilon>0$ існує такий номер *N*, що при всіх $n>N$ виконується нерівність $|x_n-a|<\varepsilon$. Записують це так: $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$.

Корисним є і символічний запис цього означення.

$$a=\lim_{n\to\infty} x_n \Leftrightarrow \forall\varepsilon>0\ \exists N: n>N \Rightarrow |x_n-a|<\varepsilon .$$

Використання символічного запису означення границі числової послідовності у вигляді логічної конструкції з кванторами існування і загальності не тільки збагачує і розвиває математичну мову учнів, які поглиблено вивчають математику, а й допомагає досить просто з формальної точки зору сформулювати заперечення цього означення.

Краще з'ясувати поняття границі послідовності допомагає і геометрична інтерпретація цього поняття.

Відомо, що

$$|x_n-a|<\varepsilon \Leftrightarrow -\varepsilon<x_n-a<\varepsilon \Leftrightarrow a-\varepsilon<x_n<a+\varepsilon \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x_n\in(a-\varepsilon, a+\varepsilon).$$

Інтервал $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ називають *ε*-околом точки *a*, де *a* – центр; $\varepsilon>0$ – радіус околу. Із означення границі числової послідовності випливає, що $x_n\in(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$, $n>N$. Геометрично це означає: який би окіл точки *a* ми не взяли, всі члени послідовності $(x_n)$, починаючи з певного номера, потраплять у цей окіл (поза ним може залишатись тільки скінченна кількість членів послідовності). Цю останню, висловлену в дужках думку, ми вважаємо досить важливою для кращого розуміння поняття границі послідовності і пропонуємо після цього ще раз повернутись до загального означення границі і його символічного запису й побачити в них це ж твердження. Подібний підхід до означення границі послідовності мовою скінченних множин детально опрацьований нами в [3] та підтриманий на конференції [4] як корисний альтернативний підхід у навчанні майбутніх вчителів математики.

Важливо підкреслити, що можна обирати довільний окіл граничної точки, але нас цікавить близькість членів послідовності до цієї точки, тому іноді говорять, що цей окіл як завгодно малий. Корисно розв'язати такі задачі для конкретно взятих послідовностей та значень *ε,* поставивши питання:

- ✓ Скільки членів послідовності знаходяться всередині *ε*-околу точки *a* і скільки поза цим околом?
- ✓ Які члени послідовності лежать усередині *ε*-околу точки *a*, а які поза цим околом?
- ✓ Чи існують члени послідовності $(x_n)$, для яких $|x_n-a|<\varepsilon$ та $|x_n-a|>\varepsilon$?

Справедливо зазначаючи, що поняття границі числової послідовності тісно пов'язане з поняттями наближення та абсолютної похибки наближення, відомими учням ще з 7 класу, ще один підхід до поняття границі послідовності пропонує Михалін Г.О. [5].

Суть поняття границі послідовності у ньому розкривається за допомогою поняття майже рівності: числа $x_n, n\in\mathbb{N}$, назвемо майже рівними числу *a* для всіх досить великих номерів *n* і писатимемо $x_n\approx a\ \ \forall n\approx\infty$, якщо $|x_n-a|<\varepsilon$ для будь-якого $\varepsilon>0$ і номерів *n*, більших за певне число $n_0=n_0(\varepsilon)$. Коротко, $x_n\approx a \Leftrightarrow |x_n-1|<\varepsilon\ \ \forall\varepsilon>0$ і $\forall n>n_0(\varepsilon)$.

Властивості границі послідовності можна розглядати як властивості майже рівностей для послідовності, які аналогічні відповідним властивостям рівностей чисел (див. таблицю [6]):

| | Властивості рівностей | Властивості майже рівностей (границь) |
|---|---|---|
| 1. | $x_n = a$ і $x_n = b \Rightarrow a = b$ | Єдиність границі:<br>$x_n \approx a$ і $x_n \approx b$ $\forall n \approx \infty \Rightarrow a = b$ ,<br>тобто кожна послідовність не може мати більше однієї границі |
| 2. | $x_n = a \Rightarrow \exists c : \lvert x_n \rvert \le c$;<br>б) $x_n = a$ і<br>$a > c\left(a < c\right) \Rightarrow$<br>$\Rightarrow x_n > c\left(x_n < c\right)$ | Обмеженість збіжної послідовності:<br>а) $x_n \approx a\ \forall n \approx \infty \Rightarrow \exists c > 0 : \lvert x_n \rvert \le c\ \forall n$;<br>б) $x_n \approx a\ \forall n \approx \infty$ і $a > c\left(a < c\right) \Rightarrow$<br>$\exists n_0 : x_n > c\left(x_n < c\right)\ \forall n > n_0$ |
| 3. | $x_n = a\ \forall n \Rightarrow x_{n_k} = a\ \forall n_k$ | Границя підпослідовності:<br>$x_n \approx a\ \forall n \approx \infty \Rightarrow x_{n_k} \approx a\ \forall n_k \approx \infty$ |
| 4. | $x_n = a \Rightarrow \lvert x_n \rvert = \lvert a \rvert$ | Перехід до границі під знаком модуля:<br>$x_n \approx a\ \forall n \approx \infty \Rightarrow \lvert x_n \rvert \approx \lvert a \rvert\ \forall n_k \approx \infty$ |
| 5. | $x_n = a$ і $y_n = b \Rightarrow$<br>$x_n \pm y_n = a \pm b,$<br>$x_n \cdot y_n = a \cdot b,$<br>$\frac{x_n}{y_n} = \frac{a}{b}, b \ne 0$ | Границя суми, різниці, добутку і частки:<br>$x_n \approx a$ і<br>$y_n \approx b\ \forall n \approx \infty \Rightarrow x_n \pm y_n \approx a \pm b,$<br>$x_n \cdot y_n \approx a \cdot b, \frac{x_n}{y_n} \approx \frac{a}{b}, b \ne 0, \forall n \approx \infty$ |
| 6. | $x_n = a,\ y_n = b,$<br>$x_n \le y_n \Rightarrow a \le b$ | Перехід до границі у нерівності:<br>$x_n \approx a,\ y_n \approx b\ \ \forall n \approx \infty$ і<br>$x_n \le y_n\ \ \forall n \ge n_0 \Rightarrow a \le b$ |

Такий підхід, вважає автор, може допомогти зробити властивості границі інтуїтивно прозорими і легкими для сприймання переважною більшістю студентів і може бути використаний учителями математики у шкільному курсі. Втім, його доцільність, особливо для майбутнього вчителя, є дискусійною. Не розділяючи її, ми переконані, що подібний підхід, підкріплений таблицею, аж ніяк не сприяє формуванню конче необхідних вчителю світоглядних рис.

На нашу думку, при виборі найбільш ефективної форми викладання будь-якого поняття й границі, зокрема, треба зважати на такі вимоги: 1) форма ні в чому не повинна суперечити традиціям сучасної науки; 2) вона має відповідати віковим особливостям учнів, щоб у свідомості дитини поняття не відривалося від тих явищ дійсного світу, формальним вираженням яких воно є.

Добре розуміємо, що, хоч останнім часом ми, працівники вищої школи, все частіше нарікаємо на слабку математичну підготовку випускників шкіл, основним недоліком є неприпустимо низький їх ідейний рівень. Підняти ж його, безумовно, набагато складніше, ніж відпрацювати техніку розв'язання певного типу завдань. Особливо гострою стає ця проблема у педагогічному навчальному закладі. То ж, саме підвищення ідейного рівня учнів, розширення їх наукового світогляду вважаємо однією з основних турбот нової програми.

Разом з цим, які б програми ми не придумали, які б гарні не склали підручники й методичні рекомендації, – успіх у справі викладання в значній мірі вирішує фаховий, педагогічний, світоглядний рівень учителя – те, що сьогодні вкладають в ємке слово "компетентність".

**Список використаних джерел:**


1. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. Т.1. Арифметика. Алгебра. Анализ: Пер. с нем. / Под ред. В.Г. Болтянского. – 4-е изд. – М.: Наука, 1987. – 432 с.
2. Колесник Т., Тарасенко О. Особливості введення поняття границі у шкільному курсі математики // Математика в школі. – 2008. – №5. – С.34-39.
3. Курченко О.О., Рабець К.В. Границя послідовності мовою скінченності // Науковий часопис НПУ ім. М. Драгоманова, серія 3. – 2007. – № 3. – С. 47-53.
4. Курченко О.О., Рабець К.В. Часткові границі в контексті формування компетентності майбутніх математиків // Матеріали XII Міжнародної наукової конференції імені академіка М. Кравчука. – К., 2008. – С.242.
5. Михалін Г.О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу. – К.: РННЦ "ДІНІТ". – 2003. – 320 с.
6. Михалін Г.О., Дюженкова Л.І. Границя і неперервність функції. – К.: УДПУ, 1997. – 96 с.
7. Хинчин А.Я. Педагогические статьи. Вопросы преподавания математики. Борьба с методическими штампами. – М., 2006. – 208 с.
8. Шилов Г.Е. Математический анализ. Функции нескольких переменных. – М.: Наука, 1972. – 622 с.
9. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу: Підр. для 10-11 кл. середньої школи. – К.: Зодіак-ЕКО, 2006. – 384 с.
10. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підр. для учнів 10 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закладах освіти. – К.: Освіта, 2004. – 318 с.


The questions of forming scientific outlook at the study the fundamental operation of mathematical analysis – passage to the limit – are discussed in this article.

**Key words**: outlook, methodological questions, evolution, the infinitesimal, the limit of sequence, teacher.

*Отримано: 13.05.2008*

УДК 016:53

**Н. В. Стучинська**

*Національний медичний університет імені О.О. Богомольця*

# ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТІСНО-СВІТОГЛЯДНИХ ЯКОСТЕЙ МАЙБУТНЬОГО ЛІКАРЯ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МЕДИЧНОЇ ТА БІОЛОГІЧНОЇ ФІЗИКИ

Розглядаються проблеми вивчення медичної та біологічної фізики в медичному університеті у контексті сучасної освітньої парадигми.

**Ключові слова:** медична та біологічна фізика, дидактика, медичний університет.

Дидактичні проблеми вивчення фізико-математичних дисциплін (вищої математики, фізики, медичної та біологічної фізики) у медичних університетах є досить актуальними, адже корені фахової підготовки спеціалістів природничої галузі беруть свій початок у вивченні циклу фундаментальних дисциплін; саме ці дисципліни забезпечують пріоритетність формування наукових знань. Сильна фундаментальна компонента здатна забезпечити дієвість знань на довготривалу перспективу і сформувати такі важливі у фаховій діяльності риси, як вміння швидко оволодівати новою інформацією, проявляти мобільність при зміні парадигм в обраній спеціальності.

Яким повинен бути курс фізики, що вивчається у медичних університетах: чи він має відповідати змісту загальної фізики з фахово зорієнтованими доповненнями, чи це має бути біофізика, а можливо, – поєднання того й іншого у певній послідовності. Така проблема є спільною практично для всіх природничих, але нефізичних спеціальностей. Суть її пов'язана з особливостями використання фізики у майбутній фаховій діяльності. Для спеціаліста-фізика основним є фізична суть явищ природи, для фахівця-медика основним є об'єкт дослідження – людина, так само як для еколога – біосфера, зоолога – тварина тощо. Спеціалісти першого напрямку мають чітко усвідомлювати структуру та зміст фізики, оскільки на її розвиток як наукової дисципліни спрямована їхня фахова діяльність. Для інших фахівців фізика виступає як фундаментальна загальноприроднича дисципліна і для них головним є вміння використовувати знання, здобуті у