УДК 538.3+372.853

О. А. Коновал[1], А. В. Касперський[2]

[1]Криворізький державний педагогічний університет
[2]Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

МЕТОДИКА ЗАСТОСУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОГО ЗАКОНУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ІНДУКЦІЇ

На конкретних прикладах проілюстрована методика застосування узагальненого закону електромагнітної індукції.

Ключові слова: електромагнітна індукція, електрорушійна сила, закон, явище, поле.

При поясненні явища електромагнітної індукції (ЕМІ) і вивченні його як в СНЗ так і в ВНЗ увага звертається на дві фізичні причини виникнення індукованої ЕРС в замкнутому контурі або в окремих частинах його [1-10; 15]: дія сили Лоренца на вільні електрони провідника контуру, який рухається в магнітному полі (МП) та виникнення вихрового електричного поля в нестаціонарному МП. Причому пропонується вивчати закономірності цього явища теж в два етапи [3; 4; 5; 9; 10; 15]. Спочатку аналізується явище ЕМІ в рухомих провідниках з використанням традиційної моделі (рис. 1), а потім спираючись на відомі досліди, що ілюструють ЯЕМІ, формуються уявлення про вихрове електричне поле [3; 8; 9; 10].

Аналіз науково-методичних публікацій з питань інтерпретації явища ЕМІ та методик його вивчення показує, що існує ціла низка проблем методичного характеру [3; 4; 9; 17].

По-перше не існує [17] загального і несуперечливого способу обгрунтування «правила потоку». У переважній більшості навчальних посібників закон (1) «виводиться» як результат

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{1}$$

аналізу уявної експериментальної ситуації (*рис. 1*) та виходячи із виразу для сили Лоренца як сторонньої сили. А потім наводяться аргументи того, що ЕРС індукції визначається формулою (1) і у випадку змінного магнітного поля при нерухомому контуру. Такий спосіб обгрунтування закону ЕМІ являється надто простим, позбавленим узагальнюючих рис і до того ж спирається на надто ідеалізовані ситуації.

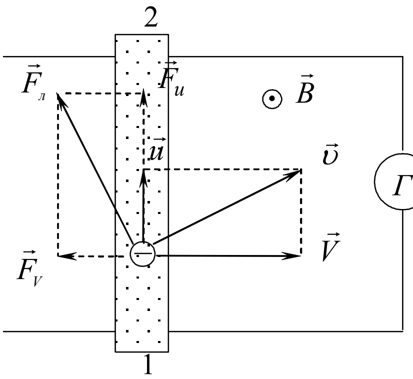

Рис. 1. *В однорідному МП знаходиться контур 1Г2. Перемичка рухається зі швидкістю* $\vec{V} = const$

По-друге, один із аспектів сучасної фізичної парадигми припускає, що інтегральний закон є наслідком локального закону. Але стосовно рівняння Максвелла $rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ в навчально-методичній літературі прийнятий зовсім інший підхід, згідно якого це рівняння «виводиться» із (1) причому при наявності низки некоректностей і помилок [2; 10].

По-третє, електростатичній теоремі Гаусса, теоремі про циркуляцію вектора $\vec{B}$, і іншим рівнянням Максвелла в інтегральній формі відповідають рівняння Максвелла в диференційній формі. А от «правилу потоку» (1), як випливає із аналізу науково-методичної літератури, не сформульовано відповідного локального закону.

І нарешті, незважаючи на те, що електродинаміка по суті своїй належить до релятивістської фізики, аналіз значної частини навчальних моделей електродинаміки проводиться в рамках класичної механіки. Так, розглядаючи традиційну модель (див. *рис. 1*) [3, с.24; 4, с.12; 8, с.261] формули додавання швидкостей а також формули перетворення компонент електромагнітного поля беруться тільки в нерелятивістському наближенні [2; 3; 4; 9]. Останнє не сприяє глибокому розумінню суті явища та принципу відносності, а інколи приводить і до фактичних помилок.

При обговоренні причин виникнення ЕРС індукції особливо наголошується на відсутності єдиного принципу, що лежить в основі закону електромагнітної індукції.

«Ми не знаємо у фізиці жодного іншого такого прикладу, коли б простий і точний загальний закон вимагав для свого справжнього розуміння аналізу в термінах двох різних явищ. Зазвичай таке красиве узагальнення виявляється витікаючим з єдиного глибокого основоположного принципу. Але в цьому випадку якого-небудь особливо глибокого принципу не видно. Ми повинні сприймати «правило» як сумісний ефект двох абсолютно різних явищ» [1, с.53].

В посібнику Іродова І.Є. повторюється слова Р. Фейнмана: «Зважаючи на те що ніякого єдиного глибокого принципу, об’єднуючого обидва явища, не видно, ми повинні сприймати закон електромагнітної індукції як сумісний ефект двох абсолютно різних явищ. Обидва ці явища, взагалі кажучи, незалежні одне від одного, і проте – що дивно – ЕРС індукції в контурі завжди дорівнює зміні магнітного потоку крізь контур» [7, с.230].

Всупереч цій широко поширеній, як в методичній так і в науковій літературі, точці зору на природу ЕРС індукції нами показано [11; 12; 16; 17], що і закон ЕМІ і саме явище ЕМІ є наслідком принципу відносності і закону Кулона. Тобто, можна стверджувати, що знайдений фундаментальний фізичний принцип, який лежить в основі електромагнітної індукції.

А подання закону ЕМІ в формі

$$rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \tag{2}$$

зводить ті дві причини до однієї [12].

Зауважимо, що форма (2) закону ЕМІ інколи з’являється в деяких посібниках, але із пояснень відповідних частин цих посібників щодо (2) видно повне нерозуміння суттї (2) [2, с.233; 10, с.350].

В залежності від умов спостереження узагальнений закон ЕМІ (2) дозволяє інтерпретувати явище ЕМІ на мові вихрового електричного поля в нестаціонарному МП, або на мові поля сили Лоренца.

Дійсно, повна похідна вектора $\vec{B}$ дорівнює

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{B}}{dt} &= \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B} = \\ &= \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - rot\left[\vec{V},\vec{B}\right] + \left(\vec{B}\nabla\right)\vec{V} + \vec{V}\cdot div\vec{B} - \vec{B}\cdot div\vec{V}, \end{aligned} \tag{3}$$

де $\vec{V}$ – швидкість руху «точки спостереження».

При русі тіла як цілого $div\vec{V} = 0$ (при $\vec{V} = const$). Іншими словами, $div\vec{V} = 0$ означає «нестисливість» тіла. $div\vec{B} = 0$ завжди, а $\left(\vec{B}\nabla\right)\vec{V}$ враховує зміну орієнтації вектора $\vec{B}$ по відношенню до тіла [13, с.264]. Цей доданок дорівнює нулю при поступальному русі з $\vec{V} = const$ і дорівнює $\left[\vec{\omega},\vec{B}\right]$ при обертанні тіла.

Таким чином, при русі немагнітного провідника в МП з індукцією $\vec{B}$ рівняння (2) набуває вигляду

$$rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + rot\left[\vec{V}, \vec{B}\right]. \qquad (4)$$

Якщо МП стаціонарне, то $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$, і тоді напруженість індукційного електричного поля в довільній точці провідника (точці «спостереження»), що рухається зі швидкістю $\vec{V}$, дорівнює:

$$\vec{E} = \left[\vec{V}, \vec{B}\right], \qquad (5)$$

що і інтерпретується як напруженість сили Лоренца в традиційних методиках вивчення закону ЕМІ.

Якщо ж контур чи частина його не рухається, а МП нестаціонарне, то вихрове електричне поле в довільній точці простору визначається

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \qquad (6)$$

Використовуючи теорему Стокса закон (2) запишемо в інтегральній формі:

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - rot\left[\vec{V}, \vec{B}\right] \right) d\vec{S} = \\ = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \oint \left[\vec{V}, \vec{B}\right] \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (7)$$

Таким чином на основі (2) ми одержали закон (7), який об'єднує в собі дві фізичні причини виникнення ЕРС індукції і ця дивина – «ЕРС індукції в контурі завжди рівна зміні магнітного потоку крізь контур», зникає якщо закон ЕМІ записати у формі (2), яка випливає із принципу відносності та закону Кулона.

Незважаючи на те, що в найбільш загальному вигляді локальне подання закону ЕМІ $rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$ приводить до «правила потоку» (7) впевнимося на конкретних прикладах, що (2) описує повністю весь спектр проявів явища ЕМІ.

Тобто покажемо, що локальна форма закону ЕМІ (2) описує всі ті явища, які в традиційній методиці вивчення інтерпретуються на основі уявлень про подвійну природу ЕРС індукції.

Приклад 1. Нехай в площині *XOY* СВ *K* в однорідному магнітному полі $\vec{B} = \vec{k}B_z$ знаходиться контур (*рис. 2*). Перемичка *AB* рухається зі швидкістю $\vec{\upsilon} = \vec{i}\upsilon$. Знайти напруженість індукційного електричного поля, яке виникає в кожній точці перемички.

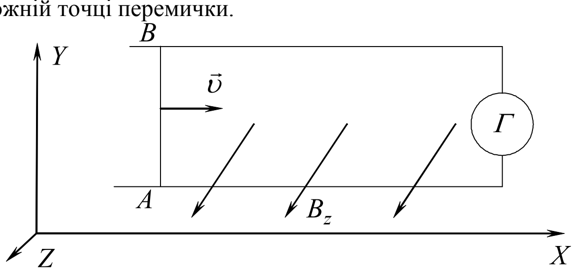

Рис. 2. *В однорідному МП* $\vec{k}B_z$ *рухається перемичка AB*

Розв'язання. Оскільки МП стаціонарне, то закон ЕМІ (2) для цього випадку має вигляд

$$rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} = -\left(\vec{\upsilon}\nabla\right)\vec{B} = rot\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right].$$

Тобто в кожній точці перемички маємо індукційне електричне поле напруженістю $\vec{E} = \left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]$, $\vec{E}_i = -\upsilon B_z \vec{j}$.

У цій задачі, згідно умови, в кожній точці перемички електричне поле не вихрове, $rot\vec{E} = 0$. В цьому можна впевнитися безпосереднім обчисленням величин $rot\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]$ або величини $-\left(\vec{\upsilon}\nabla\right)\vec{B}$.

Приклад 2. Геометрія задачі така ж як і в ***прикладі 1***, але МП неоднорідне, $\vec{B} = \vec{k}B_z\left(x\right) = \vec{k}B_1x^2$, де B_1 – деяка стала. Знайти напруженість індукційного електричного поля, яке виникає в кожній точці перемички.

Розв'язання. Використаємо закон ЕМІ:

$$rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} = -\left(\vec{\upsilon}\nabla\right)\vec{B} = rot\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right].$$

Перш за все впевнимося безпосереднім обчисленням, що $-\left(\vec{\upsilon}\nabla\right)\vec{B} = rot\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]$.

Дійсно, в цьому прикладі

$$\left(\vec{\upsilon}\nabla\right)\vec{B} = \upsilon_x \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} + \upsilon_y \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} + \upsilon_z \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} = \upsilon \vec{k} \frac{\partial B_z}{\partial x} = \vec{k}2x\upsilon B_1,$$

$$\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right] = -\vec{j}\upsilon B_z = -\vec{j}\upsilon B_1 x^2,$$

$$rot\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right] = -\left[\left(-\vec{i}\frac{\partial}{\partial z}\upsilon B_z\right) + \vec{k}\frac{\partial}{\partial x}\upsilon B_z\right] = -\vec{k}\frac{\partial}{\partial x}\upsilon B_z = -\vec{k}2x\upsilon B_1.$$

Таким чином,

$$rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \left(\vec{\upsilon}\nabla\right)\vec{B} = -\left(\vec{\upsilon}\nabla\right)\vec{B} = -2\vec{k}x\upsilon B_1.$$

Враховуючи геометрію задачі останнє диференційне рівняння набуває вигляду:

$$rot_z\vec{E} = \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right) = \frac{\partial E_y}{\partial x} = -2\vec{k}x\upsilon B_1,$$

$$dE_y = -2\vec{k}x\upsilon B_1 \cdot dx, \qquad E_y = -\upsilon B_1 x^2 + C = -\upsilon B_1 x^2.$$

Одержуємо добре відомий із шкільного та загального курсу фізики результат: напруженість стороннього електричного поля визначається силою Лоренца і дорівнює

$$\vec{E} = \left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\left(x\right)\right] = -\vec{j}\upsilon B_1 x^2.$$

Приклад 3. Нехай уздовж осі *OX* знаходиться достатньо довгий лінійний провідник з постійним струмом (ППС). Знайти індукційне електричне поле в «точці», яка рухається зі швидкістю $\vec{V} = V\vec{j} = const$.

Розв'язання: Вектор магнітної індукції в довільній точці простору визначається формулою:

$$\vec{B}\left(y, z\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho^2}\left[\vec{i}, \vec{r}\right] = \frac{\mu_0 I}{2\pi\left(y^2 + z^2\right)}\left(-z\vec{j} + y\vec{k}\right),$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні орти, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ – радіус-вектор, який визначає точку поля.

Магнітне поле стаціонарне, але неоднорідне.

Припустимо, що «точка» спостереження рухається зі сталою швидкістю вздовж осі *OY*, $\vec{V} = V\vec{j} = const$.

Тоді для нашого випадку:

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B} = \left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B} = \\ = V_x \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} + V_y \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} + V_z \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} = V_y \frac{\partial \vec{B}}{\partial y},$$

$$\vec{B} = \vec{i}B_x + \vec{j}B_y + \vec{k}B_z = \vec{j}B_y + \vec{k}B_z, \qquad \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} = \vec{j}\frac{\partial B_y}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial B_z}{\partial y}.$$

Оскільки $\vec{V} = V\vec{j} = const$, то повна похідна $\frac{d\vec{B}}{dt}$ дорівнює: $\frac{d\vec{B}}{dt} = \left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B} = V_y \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} = \vec{k}V\frac{\partial B_z\left(y\right)}{\partial y} = \vec{k}V\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(-\frac{1}{y^2}\right).$

Отже, закон ЕМІ набуває вигляду:

$$rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} = -\left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B}.$$

Тому $\left(rot\vec{E}\right)_z = -\frac{\partial E_x}{\partial y} = -V\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(-\frac{1}{y^2}\right) = V\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{y^2}\right).$

І звідси отримуємо величину напруженості індукційного електричного поля в точці простору на віддалі *y* від ППС:

$$E_x = V\frac{\mu_0 I}{2\pi y}.$$

Це ж значення ми одержимо відразу, не знаходячи попередньо $(\vec{V}\nabla)\vec{B}$, а урахувавши, що при такій умові задачі

$$(\vec{V}\nabla)\vec{B} = -rot\left[\vec{V},\vec{B}\right], \quad rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} = -(\vec{V}\nabla)\vec{B} = rot\left[\vec{V}\vec{B}\right],$$

що ще більш детально випливає із закону ЕМІ (2):

$$rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} = -\left(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)\vec{B}\right) =$$

$$= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} + rot\left[\vec{V},\vec{B}\right] - (\vec{B}\nabla)\vec{V} - \vec{V}\cdot div\vec{B} + \vec{B}\cdot div\vec{V} = rot\left[\vec{V},\vec{B}\right].$$

Тобто, $\vec{E} = \left[\vec{V},\vec{B}\right]$, а для нашої задачі $\vec{E} = \left[\vec{V},\vec{k}B_z\right]$ і одержуємо той же результат:

$$E_x = \left|\left[\vec{V},\vec{k}B_z\right]\right| = V\frac{\mu_0 I}{2\pi y}.$$

Ці результати дозволяють стверджувати (в більш спрощеному формулюванні), що причиною виникнення ЕРС індукції являється сила Лоренца.

Приклад 4. В неоднорідному стаціонарному полі (див. *рис. 3*) вздовж осі OY рухається рівно прискорено «точка» (або відрізок провідника, який паралельний осі *OX*). Прискорення *a*. Знайти індукційне електричне поле в цій «точці».

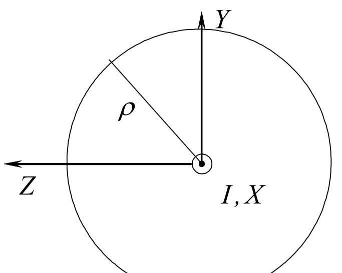

Рис. 3. *Вздовж осі OX розташований достатньо довгий ППС, сила струму I*

Розв'язання. Для вихору індукційного електричного поля маємо:

$$rot\vec{E} = rot\left[\vec{V},\vec{B}\right]. \qquad (8)$$

Ураховуючи вираз для векторного добутку векторів $\left[\vec{V},\vec{B}\right]$, $\left[\vec{V},\vec{B}\right] = \vec{i}V_yB_z$, для ротора $\left[\vec{V},\vec{B}\right]$ одержуємо:

$$rot\left[\vec{V},\vec{B}\right] = rot\left(\vec{i}V_yB_z\right) =$$

$$= \vec{j}\frac{\partial}{\partial z}\left(V_yB_z\right) - \vec{k}\frac{\partial}{\partial y}\left(V_yB_z\right) = -\vec{k}\frac{\partial}{\partial y}\left(V_yB_z\right).$$

Тобто права частина рівняння (8) дорівнює

$$-\vec{k}\frac{\partial}{\partial y}\left(V_yB_z\right) = -\vec{k}\frac{\partial}{\partial y}\left(\sqrt{2ay}\cdot\frac{\mu_0 I}{2y\pi}\right) = \frac{\mu_0 I\cdot\sqrt{2a}}{2\cdot 2\pi y^{3/2}}\vec{k}.$$

Але $rot\vec{E} = \vec{j}\frac{\partial E_x}{\partial z} - \vec{k}\frac{\partial E_x}{\partial y}$, тому із закону ЕМІ (2) одержуємо диференційне рівняння:

$$-\frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\mu_0 I\cdot\sqrt{2a}}{2\cdot 2\pi y^{3/2}}, \quad E_x = -\frac{\mu_0 I\cdot\sqrt{2a}}{2\cdot 2\pi}\int\frac{dy}{y^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{2a}{y}} = V_y\frac{\mu_0 I}{2\pi y}.$$

Чи можемо ми в цій і подібних задачах вважати, що швидкість залежить від координати *y* і в правій частині закону ЕМІ (2) враховувати доданок $div\vec{V}$ оскільки $V_y = at = \sqrt{2ay} = f(y)$?

При знаходженні $rot\left[\vec{V},\vec{B}\right]$ швидкість є функцією *y*, але $div\vec{V} = 0$ завжди, яка не була б залежність швидкості руху «точки спостереження» від просторових координат. «Нестисливість тіла» – означає що $div\vec{V} = 0$.

Порівнюючи розв'язки двох останніх прикладів бачимо, що при русі в неоднорідному магнітному полі з постійною швидкістю $E_x \approx \frac{1}{y}$. При русі ж в цьому неоднорідному магнітному полі, але зі швидкістю, яка залежить від координати, $V_y = at = \sqrt{2ay} = f(y)$ – $E_x \approx \frac{1}{\sqrt{y}}$.

Приклад 5. Показати, що за умови ***прикладу 4*** має місце рівність:

$$-(\vec{V}\nabla)\vec{B} = rot\left[\vec{V},\vec{B}\right] - (\vec{B}\nabla)\vec{V} + \vec{B}\cdot div\vec{V}.$$

Розв'язання. 1. Із попереднього прикладу ми маємо, що

$$rot\left[\vec{V},\vec{B}\right] = rot\left(\vec{i}V_yB_z\right) = \frac{\mu_0 I\cdot\sqrt{2a}}{2\cdot 2\pi y^{3/2}}\vec{k}.$$

2. Диференційна операція $(\vec{B}\nabla)\vec{V}$ означає, що

$$(\vec{B}\nabla)\vec{V} = \left(B_x\frac{\partial}{\partial x} + B_y\frac{\partial}{\partial y} + B_z\frac{\partial}{\partial z}\right)\vec{V}.$$

Коли «точка» рухається вздовж осі *OY*, то $(\vec{B}\nabla)\vec{V} = \left(B_y\frac{\partial}{\partial y}\right)\vec{V} = B_y\frac{\partial}{\partial y}\left(\vec{j}V_y\right) = 0$, оскільки $B_y = 0$ на осі *OY* (див. *рис. 3)*.

У цьому прикладі $(\vec{B}\nabla)\vec{V} \neq 0$, тільки тоді, коли «точка» рухається нерівномірно ще (або) й у напрямку осі *OZ*, тобто, при умові $\vec{V} = \vec{i}V_x + V_y(y,z)\vec{j} + \vec{k}V_z(y,z)$.

3. $V_y = at = \sqrt{2ay} = f(y)$.

Якщо так, то $div\vec{V} = \frac{\partial}{\partial y}\sqrt{2ay} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2a}{y}}$.

Тобто права частина нашої рівності дорівнює

$$-\vec{k}\frac{\partial}{\partial y}\left(V_yB_z\right) + \vec{k}B_z\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2a}{y}} =$$

$$= -\vec{k}\frac{\partial}{\partial y}\left(\sqrt{2ay}\cdot\frac{\mu_0 I}{2y\pi}\right) + \vec{k}B_z\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2a}{y}} = \frac{\mu_0 I\cdot\sqrt{2a}}{2\pi y^{3/2}}\vec{k}.$$

Оскільки $rot\left[\vec{V},\vec{B}\right] + \vec{B}\cdot div\vec{V} = \frac{\mu_0 I\cdot\sqrt{2a}}{2\pi y^{3/2}}\vec{k}$, то для порівняння знайдемо $-(\vec{V}\nabla)\vec{B}$.

Оскільки

$$\vec{B}(y,z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho^2}\left[\vec{i},\vec{r}\right] = \frac{\mu_0 I}{2\pi\left(y^2+z^2\right)}\left(-z\vec{j} + y\vec{k}\right),$$

то на осі *OY* $\qquad \vec{B} = \vec{k}B_z(y) = \vec{k}\frac{\mu_0 I}{2\pi y}$,

$$(\vec{V}\nabla)\vec{B} = V_x\frac{\partial\vec{B}}{\partial x} + V_y\frac{\partial\vec{B}}{\partial y} + V_z\frac{\partial\vec{B}}{\partial z} = V_y\frac{\partial\vec{B}}{\partial y} =$$

$$= \sqrt{2ay}\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(-\frac{1}{y^2}\right)\vec{k} = -\frac{\mu_0 I\cdot\sqrt{2a}}{2\pi y^{3/2}}\vec{k}.$$

Тобто рівність має місце.

Але незважаючи на це, при використанні закону ЕМІ (2), навіть якщо швидкість руху «точки спостереження» і залежить від просторових координат x, y, z, слід вважати, що $div\vec{V} = 0$.

А якщо ми маємо і поступальний рух, то закон (2) спрощується до (4): $rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} + rot\left[\vec{V},\vec{B}\right]$, в якому $\vec{V}$ та $\vec{B}$ слід розглядати (в залежності від умов конкретної задачі) як функції просторових координат.

Тому, можливо, при використанні (2) простіше знаходити відразу диференційну операцію $-(\vec{V}\nabla)\vec{B}$.

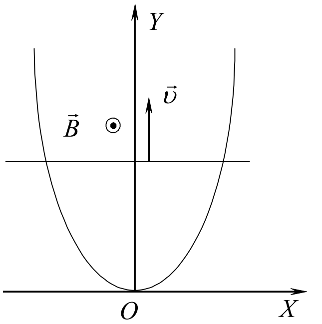

Рис. 4

Приклад 6. В однорідному МП $\vec{B}=\vec{k}B_z$ в площині XOY знаходиться дріт, що має форму параболи (*рис. 4*). З вершини параболи переміщають поступально і без початкової швидкості перемичку з постійним прискоренням *a*. Знайти ЕРС індукції в контурі, що утворився, як функцію координати *y*.

Розв'язання.

$$rot\left[\vec{V},\vec{B}\right]=rot\left(\vec{i}V_yB_z\right)=\vec{j}\,\frac{\partial}{\partial z}\left(V_yB_z\right)-\vec{k}\,\frac{\partial}{\partial y}\left(V_yB_z\right)=$$

$$=-\vec{k}\,\frac{\partial}{\partial y}\left(V_yB_z\right).$$

Тобто права частина цього рівняння дорівнює:

$$-\vec{k}\,\frac{\partial}{\partial y}\left(V_yB_z\right)=-\vec{k}\,\frac{\partial}{\partial y}\left(\sqrt{2ay}\cdot B_z\right)=-\frac{B_z\cdot\sqrt{2a}}{2\cdot y^{1/2}}\vec{k}\,,$$

$$-\frac{\partial E_x}{\partial y}=-\frac{B_z\cdot\sqrt{2a}}{2\cdot y^{1/2}}\,,\ E_x=\sqrt{2ay}\cdot B_z\,.$$

Невід'ємне значення E_x означає, що вектор напруженості індукційного електричного поля направлений вздовж осі *OX*.

В кожну мить ЕРС індукції дорівнює

$$\varepsilon=E_x2x=\sqrt{2ay}\cdot B_z2\sqrt{\frac{y}{k}}=B_zy\sqrt{\frac{8a}{k}}\,.$$

Приклад 7. В електромагнітному полі РЗЧ у площині XOY знаходиться прямокутний контур *L* (*рис. 5*). Перемичка рухається зі швидкістю $\vec{V}$ вздовж осі *OX*. Визначити напруженість електричного поля в кожній точці перемички та ЕРС індукції в контурі.

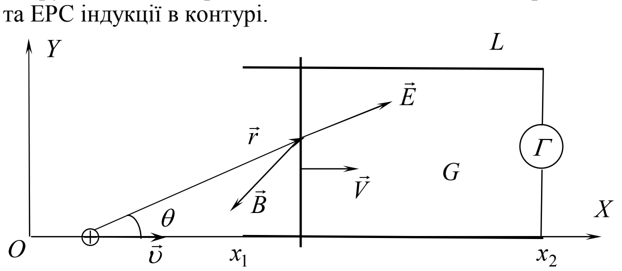

Рис. 5

Розв'язання. Скористаємося узагальненим законом ЕМІ:

$$rot\vec{E}=-\frac{d\vec{B}}{dt}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}-\left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B}\,,$$

де, $\vec{B}\left(r,t\right)=\dfrac{\mu_0q\left[\vec{\upsilon}\cdot\vec{r}\right]\cdot\left(1-\beta^2\right)}{4\pi\left\{\left(x-\upsilon t\right)^2+\left(y^2+z^2\right)\left(1-\beta^2\right)\right\}^{3/2}}$, $\vec{\upsilon}$ – швидкість руху ЗЧ.

Оскільки ми розглядаємо контур, який лежить в площині *XOY*, то $\vec{B}=\vec{k}B_z$, де

$$B_z=\frac{\mu_0q\cdot\left(1-\beta^2\right)\cdot\upsilon\cdot y}{4\pi\left\{\left(x-\upsilon t\right)^2+\left(y^2\right)\left(1-\beta^2\right)\right\}^{3/2}}\,.$$

Із розв'язання та обговорення попередніх задач випливає, що

$$\left(\vec{B}\nabla\right)\vec{V}+\vec{V}\cdot div\vec{B}-\vec{B}\cdot div\vec{V}=0\,.$$

Було також показано, що непотенційне електричне поле РЗЧ в кожній точці простору і в довільний момент часу компенсується вихровим електричним полем, яке породжується змінним магнітним полем цієї ж РЗЧ.

Тобто при кожному миттєвому положенні перемички індукційне електричне поле буде породжуватися тільки доданком $-\left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B}$ і закон ЕМІ для нашої задачі набуває вигляду:

$$rot\vec{E}=-\left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B}\,.$$

До речі, як і в ***прикладі 2***, можна впевнитися, що $-\left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B}=rot\left[\vec{V},\vec{B}\right]$.

Знаходимо:

$$-\left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B}=-V_x\frac{\partial\vec{B}}{\partial x}-V_y\frac{\partial\vec{B}}{\partial y}-V_z\frac{\partial\vec{B}}{\partial z}=-V_x\frac{\partial\vec{B}}{\partial x}=-\vec{k}V\frac{\partial B_z}{\partial x}\,,$$

$$-\vec{k}V\frac{\partial B_z}{\partial x}=\vec{k}V\frac{3\mu_0q\cdot\left(1-\beta^2\right)\cdot\upsilon\cdot y\left(x-\upsilon t\right)}{4\pi\left\{\left(x-\upsilon t\right)^2+\left(y^2\right)\left(1-\beta^2\right)\right\}^{5/2}}\,.$$

Диференційне рівняння, яке відповідає закону ЕМІ, має вигляд:

$$rot_z\vec{E}=\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)=\frac{\partial E_y}{\partial x}=V\frac{3\mu_0q\cdot\left(1-\beta^2\right)\cdot\upsilon\cdot y\left(x-\upsilon t\right)}{4\pi\left\{\left(x-\upsilon t\right)^2+\left(y^2\right)\left(1-\beta^2\right)\right\}^{5/2}}\,,$$

$$E_y=\int V\frac{3\mu_0q\cdot\left(1-\beta^2\right)\cdot\upsilon\cdot y\left(x-\upsilon t\right)}{4\pi\left\{\left(x-\upsilon t\right)^2+\left(y^2\right)\left(1-\beta^2\right)\right\}^{5/2}}dx=-VB_z\,.$$

Ми знову приходимо до висновку, що про індукційне електричне поле можна говорити як про поле сили Лоренца.

Таким чином загальний аналіз та аналіз розв'язків ***прикладів 1-7*** показав, що явище електромагнітної індукції може описуватися на основі узагальненого закону ЕМІ (2). Причому це узагальнення, як показано вище, випливає із «єдиного глибокого основоположного принципу».

Можливо і простіше «сприймати закон електромагнітної індукції як сумісний ефект двох абсолютно різних явищ. Обидва ці явища, взагалі кажучи, незалежні одне від одного…» [7, с. 230] і аналізувати явище ЕМІ на мові поля сили Лоренца $\left[\vec{V},\vec{B}\right]$ та вихрового електричного поля зумовленого $\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$.

Але насправді ці явища не незалежні одне від одного.

В математичному сенсі кожне із них дає свій внесок в загальну, повну зміну в часі вектора магнітної індукції.

Дійсно, узагальнений закон ЕМІ:

$$rot\vec{E}=-\frac{d\vec{B}}{dt}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}-\left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}+rot\left[\vec{V},\vec{B}\right]$$

враховує прояв цих явищ.

Доданки $\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ і $\left(\vec{V}\nabla\right)\vec{B}$ в правій частині узагальненого закону ЕМІ визначають разом матеріальну похідну за часом вектора $\vec{B}$. При певних обставинах зміна за часом вектора $\vec{B}$ може визначатися явною залежністю $\vec{B}\left(t\right)$, а при інших умовах задачі, або експериментальної ситуації, зміна за часом вектора $\vec{B}$ визначається рухом в неоднорідному магнітному полі $\vec{B}\left(\vec{r}\right)$. І тоді можна говорити, що ці явища незалежні одне від одного.

У загальному випадку, на нашу думку, це прояви при різних фізичних обставинах (умовах) одного явища – $\dfrac{d\vec{B}}{dt}$ та породження вихрового електричного поля повною похідною за часом вектора $\vec{B}$.

Список використаних джерел:

1. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 6. – М.: Мир, 1966. – 343 с.
2. Парселл Э. Электричество и магнетизм: Учебное руководство: Пер. с англ. / Под ред. А.И. Шальникова и А.О. Вайсенберга. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, 1983. – (Берклиевский курс физики). – 416 с.

3. Акименко М., Дідович М.М. Методика вивчення явища електромагнітної індукції // Фізика та астрономія в школі. – 2001. – №1 – С. 23-26.
4. Глазунов А.Т., Нурминский И.И., Пинский А.А. Методика преподавания физики в средней школе: Электродинамика нестационарных явлений. Квантовая физика: Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1989. – 272 с.
5. Каменецкий С.Е., Пустыльник И.Г. Электродинамика в курсе физики средней школы. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1978. – 127 с.
6. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм: Учеб. пособие. – М.: Высш. школа, 1983. – 463 с.
7. Иродов И.Е. Электромагетизм. Основные законы. – 4-е изд., испр. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. – 320 с.: ил.
8. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т. II. – М.: Наука, 1972. – 368 с.
9. Вознюк С.Ю., Кульчицький В.І. Формування поняття «електромагнітне поле» на основі фундаментальних понять // Фізика та астрономія в школі. – 1999. – № 4. – С. 43-47.
10. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики: У 3 т.: Навч. посіб. для студ. вищ. тех. і пед. закл. освіти. – Т.2.: Електрика і магнетизм / За ред. І.М. Кучерука. – К.: Техніка, 2001 – 452 с.
11. Коновал О.А. Непотенціальність електричного поля рухомої зарядженої частинки і закон електромагнітної індукції // Вісник Чернігівського державного педагогічного університету імені Т.Г. Шевченка. Серія: педагогічні науки: Збірник. У 2-х т. – Чернігів: ЧДПУ, 2002. – Вип. 13. – Т. 2. – С. 192-195.
12. Коновал О.А. Принцип відносності і закон електромагнітної індукції // Вісник Чернігівського державного педагогічного університету імені Т.Г. Шевченка. Серія: педагогічні науки: Збірник. У 2-х т. – Чернігів: ЧДПУ, 2004. – Вип. 23. – С. 171-177.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц И.М. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1957. – 532 с.
14. Коновал О.А. Основи електродинаміки: навч. посіб для студ. вищ. пед. навч. закл. / О.А.Коновал; Міністерство освіти і науки України; Криворізький державний педагогічний університет. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. – 347 с.: іл.
15. Дідович М.М., Мощенко С.М. Систематизація знань учнів при формуванні поняття електромагнітного поля // Дидактичні проблеми фізичної освіти в Україні: Матеріали науково-практичної конференції. – Чернігів: Чернігівський державний педагогічний університет імені Т.Г. Шевченка. 1998. – С. 53-57.
16. Коновал О.А. Природа електромагнітної індукції // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск VII: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т. 2.: Теорія та методика навчання фізики. – С. 207-209.
17. Коновал О.А. Відносність електричного і магнітного полів: монографічний навчальний посібник для студентів фізичних спеціальностей педагогічних університетів / О.А. Коновал; Міністерство освіти і науки України; Криворізький державний педагогічний університет. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. – 122 с.: іл.

On concrete examples the method of application of the generalized law of electromagnetic induction is illustrated.

Key words: electromagnetic induction, electromotive force, law, phenomenon, weeds.

Отримано: 11.04.2008

УДК 378.147:53

І. В. Коробова

Херсонський державний університет

ДО ПРОБЛЕМИ КОНТРОЛЮ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ УМІНЬ І НАВИЧОК УЧНІВ

У статті узагальнено форми контролю та запропоновані диференційовані завдання для перевірки сформованості експериментальних умінь і навичок учнів.

Ключові слова: експериментальні уміння і навички, контроль навчальних досягнень.

Експериментальна наука фізика не може бути добре засвоєна учнями, якщо не спиратися в процесі навчання на експеримент, який є одночасно як методом пізнання природи, так і потужним засобом навчання. Уміння спостерігати і досліджувати природу відіграють важливу роль в адаптації людини у навколишньому середовищі. Фізичний експеримент, самостійно виконаний учнем, дозволяє формувати в нього експериментальні уміння і навички, які є корисними у подальшому житті.

За програмою 12-річного навчання *експериментальну складову навчання фізики посилено*. У межах курсу сьомого класу передбачається виконання 12-ти фронтальних лабораторних робіт, що складає 34% курсу. Отже, третина навчального часу присвячена формуванню експериментальних умінь і навичок учнів. Разом з тим, зменшення кількості годин на вивчення фізики в 7-му класі (до 35-ти на рік) зумовлює необхідність ущільнення системного викладу навчального матеріалу, винесення окремих завдань, зокрема, деяких лабораторних робіт, на домашнє завдання. У зв`язку з цим постає питання про необхідність якісного контролю за виконанням учнями лабораторних робіт та інших видів фізичного експерименту. Регулярний контроль дозволяє встановити переваги і недоліки в знаннях і уміннях учнів і на їх основі управляти навчальним процесом, удосконалюючи методи і види роботи вчителя й учня; дозволяє зменшувати навчальне навантаження школярів, оскільки орієнтує їх на засвоєння головного в навчальній інформації; привчає вибірково відноситися до матеріалу, що вивчається.

Незважаючи на різноманіття способів контролю навчальних досягнень, якісна перевірка виконання учнями лабораторних робіт та інших видів навчального експерименту залишається складною для вчителів фізики. Це зумовлене, по-перше, обмеженістю навчальних годин, відведених на вивчення фізики; по-друге, перевірка експериментальних умінь передбачає врахування не тільки *змістовної*, але й *процесуальної* складової виконаного досліду. Враховуючи це, проблема контролю і оцінювання експериментальних умінь і навичок учнів залишається актуальною.

Метою нашого дослідження є дидактичне забезпечення контролю сформованості експериментальних умінь і навичок учнів у навчанні фізики.

У процесі реалізації зазначеної мети розв`язані наступні завдання: з`ясовано складові експериментальних умінь; узагальнено форми перевірки експериментальних умінь і навичок; складено систему завдань з фізики для перевірки експериментальних умінь і навичок учнів 7 класу.

Під **експериментальними уміннями** ми розуміємо систему розумових і практичних дій, потрібних для дослідження фізичного об'єкта (фізичної системи, її стану та процесів, що в ній відбуваються). Отже, у відповідності до поданого означення, **експериментальні уміння** можна поділити на два види: **інтелектуальні** (**ІУ**) та **практичні** (**ПУ**). Структуру зазначених умінь відображено у *таблиці 1*.

Зауважимо, що наведені у таблиці групи умінь взаємодоповнюються у процесі виконання експерименту. Наприклад, **уміння спостерігати** передбачає таку послідовність дій: усвідомити мету спостереження (ІУ) → створити умови, необхідні для спостереження (ПУ) → провести спостереження (ПУ) → визначити сторонні фактори, урахувати їх (ІУ) → зафіксувати результати спостереження (ПУ) → проаналізувати результати спостереження (ІУ) → сформулювати висновки (ІУ).