УДК 378.147:539.16.01

Н. В. Подопригора

Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка
e-mail: npodoprygora@mail.ru

ПРИКЛАДНА СПРЯМОВАНІСТЬ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ ФІЗИКИ У ПЕДАГОГІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ: ВІКОВЕ РІВНЯННЯ

Стаття присвячена проблемі забезпечення міждисциплінарної інтеграції навчальних дисциплін щодо вивчення фізики з урахуванням специфіки її викладання у педагогічному університеті. Математичні методи фізики є одним із засобів введення студентів у пізнавальну діяльність, що визначається змістом курсів загальної і теоретичної фізики. Реалізація прикладної спрямованості математичних методів фізики у процесі вивчення радіоактивності уможливлює унаочнення розв'язання однієї з проблем ядерної фізики – визначення періоду напіврозпаду радіоактивного ядра. Навчання фізики на засадах принципу циклічності уможливлює апроксимацію циклу наукового пізнання природи на процес навчання фізики. Забезпечення спадкоємності курсів загальної фізики, математичних методів фізики і теоретичної фізики є однією з умов підвищення ефективності навчання фізики у педагогічному університеті.

Ключові слова: математичні методи фізики, прикладна спрямованість, педагогічний університет, міждисциплінарна інтеграція, принцип циклічності, радіоактивність.

Постановка проблеми. Нині актуальність проблеми забезпечення міждисциплінарної інтеграції навчальних дисциплін щодо вивчення фізики в педагогічних університетах зумовлюється необхідністю підготовки студентів до неперервної освіти, до професійної діяльності в умовах ринкових відносин. Очевидно, що найбільш сприятливі умови для розв'язання вищезазначеної проблеми створюються у процесі реалізації предметно-практичної спрямованості навчального процесу з фізики. Математичні методи фізики є одним із засобів введення студентів у пізнавальну діяльність, що визначається змістом курсів загальної і теоретичної фізики. При цьому забезпечується інтеграція теоретичних знань студентів у прикладну площину навчальних дій, що сприяє підвищенню рівня їхньої фундаментальної підготовки з фізики.

Аналіз останніх досліджень. Навчання фізики у педагогічному університеті складається з двох базових курсів – загальної і теоретичної фізики, з яких майбутні вчителі фізики складають підсумкову державну атестацію.

Загальна і теоретична фізика мають спільний об'єкт дослідження – реальні матеріальні об'єкти, які на певному етапі вивчення замінюються математичними моделями, які досліджують в залежності від її властивостей за допомогою відповідних математичних методів.

Математичні методи фізики, що яскраво реалізовані в курсі теоретичної фізики, сприяють створенню наукового світогляду людства, формують логічний образ мислення всіх, хто цікавиться природничо-науковими та філософськими науками. Тому методологічна проблема комплексного представлення експериментального і теоретичного методів фізики у процесі навчання майбутніх вчителів фізики є актуальною [2].

Розв'язання зазначеної проблеми ми вбачаємо в реалізації дидактичного принципу циклічності, обгрунтованого ще у 70-х роках минулого століття В.Г. Разумовським. Принцип циклічності він сформулював у вигляді схеми «факти – модель – наслідок – експеримент» [3]. Ця схема, з одного боку, відображення логіки самого процесу пізнання, а з іншого боку, – управління навчальним пізнанням, тобто оволодіння діяльністю. Отже, принцип циклічності був ним по суті апроксимованим на процес навчання фізики в загальноосвітній школі з циклу наукового пізнання природи.

Математичні моделі теоретичної фізики досліджують за допомогою математичного інструментарію, досить гарно розробленого в математиці. Переважна більшість навчальних задач з фізики зводиться до складання і розв'язку відповідних диференціальних рівнянь.

Диференціальні рівняння відображають внутрішні механізми процесів, що відбуваються у нескінченому розмаїтті оточуючих нас тіл, які мають різну форму, розміри і властивості. Тому будь-яке рівняння математичної фізики має величезну кількість розв'язків. Нині за допомогою таких рівнянь моделюють процеси різної природи: фізичні, хімічні, біологічні, екологічні, економічні і ін. Потреба математичного моделювання виникає скрізь, де є необхідність кількісного опису явищ.

Така інформаційна ємність, або, як говорив А.Д. Сахаров, «всесилля», рівнянь математичної фізики обумовлена тим, що в їх основу покладені фундаментальні закони природи, пов'язані із симетріями простору і часу [4]. Саме завдяки цьому, «… на перший погляд, відмінні між собою процеси, такі як перенесення тепла в суцільному середовищі, дифузія хімічних компонентів, проникнення магнітного поля у провідник, а також поширення хвиль епідемій можна описати однаковим за формою рівнянням…» [1, с.9]. Проте, з огляду на прикладну спрямованість математичних методів фізики слід зазначити, що диференціальні рівняння математичної фізики є універсальними настільки, наскільки універсальною є математична модель об'єкта дослідження.

Отже, більшість задач математичної фізики мають прикладний характер до відповідних розділів теоретичної фізики, що є інтеграцією двох наук математики і фізики. Разом з тим, слушною є думка О.В. Сергєєва пор те, що «… структура інтеграції науки являє собою найскладнішу ієрархію інтеграції різноманітних елементів і рівнів, видів та типів, напрямків та загальних тенденцій (закономірностей). Вона органічно пов'язана з основними функціями, які виконує інтеграція у розвитку сучасної дидактики фізики: гносеологічною, логіко-методологічною, організаційно-інформаційною, неентропійною (зменшення ентропії), евристико-прогнозуючою, соціальною й ін. …» [5, с.136].

На нашу думку, інтеграція знань – це цілеспрямований і багатогранний процес, який забезпечує зв'язок між окремими блоками дисциплін та дисциплінами в цілому, що є необхідною умовою підготовки педагога зі широким світоглядом, який цінує загальнолюдські гуманістичні цінності і одночасно володіє високою фаховою підготовкою. Тому інтеграція змістово-утворюючих компонентів навчальних дисциплін циклів природничо-наукової та фундаментальної підготовки (математичний аналіз, лінійна алгебра та аналітична геометрія, основи векторного і тензорного аналізу, диференціальні і інтегральні рівняння, теорія ймовірностей й математична статистика, загальна фізика) та практичної і професійної підготовки (математичні методи фізики, теоретична фізика, методика навчання фізики) майбутніх учителів фізики уможливлює реалізацію ідеї циклічності навчання фізики. Разом з тим, реалізація прикладної спрямованості математичних методів фізики у процесі навчання фізики є однією з вимог побудови відкритої методичної системи навчання математичних методів фізики у педагогічних університетах.

Прикладна спрямованість математичних методів фізики націлена передусім на розв'язанням конкретних фізичних задач з кожного окремого розділу фізики і разом з тим є засобом реалізації відповідної міждисциплінарної інтеграції знань. Зокрема, це стосується процесу навчання майбутніх вчителів фізики основам теоретичних досліджень в галузі ядерної фізики.

Мета нашої статі полягає в тому, щоб показати методичні особливості прикладної спрямованості математичних методів фізики щодо розв'язку одного з проблемних питань ядерної фізики – відшукання періоду напіврозпаду радіоактивного ядра.

Виклад основного матеріалу. На сучасному етапі розвитку ядерної фізики немає завершених ні теорії ядерних сил, ні теорії ядра, які б змогли описати всі властивості ядер, їх структуру та поведінку в тих або інших умовах.

Сучасна ядерна теорія неспроможна пояснити такі невирішені для неї проблеми: Які ядра стабільні, які радіоактивні? Які для них притаманні види радіоактивності, період напіврозпаду, тип енергетичного спектра, кутовий розподіл частинок, що влітають тощо? Чому дорівнюють радіус, маса, спін, магнітний момент, парність, квадрупольний момент та інші характеристики ядер? Як розподілені енергостани в ядрі? Які значення енергії, спіна, магнітного моменту, парності відповідають цим значенням? Чому дорівнюють ймовірності переходів між різними квантовими станами? Як змінюють перерізи взаємодії різних частинок з ядрами? І ін.

Тому в фізиці ядра на деякі з цих питань, чи на групу питань, намагаються одержати відповіді, побудувавши відповідну математичну модель. В основу кожної такої моделі покладають деякі виділені властивості об’єкта дослідження, одержані емпірично, ці властивості вважаються головними. Іншими властивостями в цій моделі нехтують. Тому така модель має обмежене застосування, але за певних умов з її допомогою можна одержати цікаві результати.

Під час теоретичних спроб описати явище радіоактивності потрібно розуміти, що це статистичне явище, а тому всі теоретичні передбачення носять ймовірнісний характер. Наприклад, не можна передбачити, які ядра будуть розпадатись в даний момент часу, але можна точно передбачити скільки ядер розпадеться в даній речовині, в якій їх багато. Радіоактивність – властивість ядра, а тому вплинути на цей процес практично неможливо. Тому для того, щоб врахувати ці особливості досліджуваного процесу, вводять поняття сталої розпаду λ, що являє собою ймовірність розпаду ядра за одиницю часу, визначену для ядер одного сорту. Цей математичний параметр вважається сталою оскільки від зовнішніх умов він не залежить, хіба що для процесу *е*-захоплення. Тому опис останнього потребує подальшого уточнення під час спроб його математичного моделювання.

Якщо припустити, що в даний момент часу *t* ми маємо $N(t)$ здатних до розпаду ядер, то кількість ядер, що розпадаються за час dt визначатиметься за допомогою наступного диференціального рівняння:

$$dN(t) = -\lambda_1 N_1(t)\,dt\,.$$

Це і є кількісне математичне узагальнення закону радіоактивного розпаду. Знак «–» в рівнянні враховує той експериментальний факт, що кількість радіоактивних ядер з часом зменшується.

Однією з прикладних задач ядерної теоретичної фізики є спроба за допомогою диференціального рівняння радіоактивності обгрунтувати експериментальний факт встановлення рівноваги між двома послідовними процесами перетворення ядер – радіоактивного розпаду материнського ядра, утворення з нього дочірнього ядра, яке теж, в свою чергу, згодом зазнає подальшого розпаду. Інтегральним наслідком такого математично змодельованого процесу є *вікове* (*секулярне*) рівняння, що встановлює зв’язок між кількістю материнських і дочірніх ядер та їх періодами напіврозпаду (або сталими розпаду). Отримати цей математичний наслідок ми пропонуємо згідно наступної логіки міркувань:

Якщо в процесі радіоактивного розпаду материнських ядер $N_1(t)$ утворюються дочірні ядра $N_2(t)$, які теж є здатними до подальшого розпаду, то для опису процесу цих двох послідовних перетворень потрібно скласти систему двох диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t); \\ \dfrac{dN_2(t)}{dt} = \lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t), \end{cases} \qquad (1)$$

де λ_1, λ_2 – відповідні сталі розпаду. Перше рівняння системи описує розпад материнського ядра, друге – дочірнього ядра. Відшукаємо розв’язки цих рівнянь:

Подамо перше рівняння системи (1) у канонічному вигляді:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} - \lambda_1 N_1(t) = 0\,.$$

Це лінійне однорідне диференціальне рівняння першого порядку зі сталим коефіцієнтом λ_1. Відшукаємо його загальний розв’язок, відокремлюючи змінні:

$$\int \frac{dN_1(t)}{N_1(t)} = -\lambda_1 \int dt\,;\ \ \ln N_1(t) = -\lambda_1 t + \ln C_1\,.$$

Сталу інтегрування C_1 знайдемо з початкової умови:

$$\ln N_1(t)\big|_{t=0} = -\lambda_1 t\,\big|_{t=0} + \ln C_1\,.$$

Якщо у початковий момент часу кількість материнських ядер $N_1(t)$, здатних до розпаду, дорівнювала N_{10}, тоді $\ln C_1 = \ln N_{10}$. Отже, остаточно отримуємо розв’язок рівняння (1):

$$\ln \frac{N_1(t)}{N_{10}} = -\lambda_1 t\,,\ \text{або}\ \ N_1(t) = N_{10} e^{-\lambda_1 t}\,. \qquad (2)$$

Друге рівняння системи (1):

$$\frac{dN_2(t)}{dt} + \lambda_2 N_2(t) = \lambda_1 N_1(t) \qquad (3)$$

– це неоднорідне лінійне диференціальне рівняння другого порядку зі сталим коефіцієнтом λ_2. Розв’язок цього рівняння складатиметься з загального розв’язку $N_2'(t)$ його однорідного рівняння $\dfrac{dN_2(t)}{dt} + \lambda_2 N_2(t) = 0$ і частинного розв’язку $N_2''(t)$, що враховує його неоднорідність $\lambda_1 N_1(t)$. Тобто,

$$N_2(t) = N_2'(t) + N_2''(t)\,.$$

Для загального розв’язку, подібно до (2), отримуємо

$$N_2'(t) = Ae^{-\lambda_2 t}\,. \qquad (4)$$

де *A* – відповідна йому стала інтегрування.

Враховуючи тип неоднорідності $\lambda_1 N_1(t)$, запишемо частинний інтеграл як

$$N_2''(t) = Be^{-\lambda_1 t}\,, \qquad (5)$$

де *B* – відповідна йому стала інтегрування. З’ясуємо зміст сталих *A* і *B*.

1. Для відшукання сталої *B* необхідно продиференціювати частинний інтеграл (5) за часом,

$$\frac{dN_2''(t)}{dt} = -\lambda_1 Be^{-\lambda_1 t}\,,$$

і підставити отриманий вираз разом з (2) і (5) в рівняння (3):

$$-\lambda_1 Be^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 Be^{-\lambda_1 t} = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}\,,$$

звідки

$$B = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}\,.$$

Підставляючи *B* в (5), запишемо остаточний частинний розв’язок рівняння (3):

$$N_2''(t) = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}\,. \qquad (5\text{ a})$$

Тепер, розв’язок рівняння (3), який враховує його загальний(4) і частинний (5 а) інтеграли набуває наступного вигляду:

$$N_2(t) = Ae^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}\,. \qquad (6)$$

2. Для відшукання сталої *A* накладаємо на (6) початку умову:

$$N_2(t)\big|_{t=0} = Ae^{-\lambda_2 t}\,\big|_{t=0} + \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}\,\big|_{t=0}\,.$$

Якщо у початковий момент часу кількість дочірніх ядер $N_2(t)$, здатних до розпаду, дорівнювала N_{20}, тоді

$$A = N_{20} - \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}\,. \qquad (7)$$

Підставляючи (7) в (6), остаточно отримуємо шуканий розв’язок (3):

$$N_2(t) = \left(N_{20} - \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} \right) e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}\,,$$

або,

$$N_2(t) = N_{20}e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right). \qquad (8)$$

Розглянемо частинні випадки отриманого розв'язку, порівнюючи періоди напіврозпаду материнського T_1 і дочірнього T_2 ядер, враховуючи, що $\lambda = \ln 2/T$.

а) Якщо $T_1 >> T_2$, тоді $\lambda_1 << \lambda_2$ або $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} << 1$. Накладаємо цю умову на рівність (8) і отримуємо:

$$N_2(t) \approx N_{20}e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2}\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right).$$

Якщо, до того ж, час спостереження за процесом $t << T_1$ і дочірні ядра ще не з'явились $N_{20} = 0$, тоді

$$N_2(t) \approx \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2}\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right). \qquad (8\ а)$$

б) Якщо, разом з тим, час спостереження за процесом $t >> T_2$, тоді (8 а) ще більш спрощується, оскільки $\frac{t}{T_2} >> 1$, тому $\lambda_2 t >> 1$, а $e^{-\lambda_2 t} \to 0$, тоді

$$N_2(t)\lambda_2 \approx \lambda_1 N_{10}\ . \qquad (9)$$

Це рівноважне рівняння встановлюється між кількістю материнських і дочірніх ядер і має назву *вікового* або *секулярного рівняння*.

В ядерній фізиці вікове рівняння є основою одного з фундаментальних експериментальних методів щодо визначення періодів напіврозпадів материнського або дочірнього ядер. Результати експериментів виявляються задовільними, якщо $T_1 >> T_2$, а час встановлення рівноваги $T_2 << t << T_1$.

Висновки. З математичним моделюванням явища радіоактивності та спробами його теоретичного обгрунтування майбутні вчителі фізики знайомляться в курсах загальної і теоретичної фізики.

В курсі загальної фізики математична форма запису закону радіоактивного розпаду є спробою кількісно описати властивість деяких атомних ядер спонтанно перетворюватись в інші ядра з випромінюванням частинок, що є узагальненням експериментальних фактів та спостережень за цим процесом. Тобто такі намагання мають феноменологічну основу. В курсі теоретичної фізики ця феноменологія, на нашу думку, має набути подальшого розвитку на засадах наукового методу пізнання природи за етапами: дослідні факти – математична модель – наслідки(закон, принцип, теорія) – експеримент, що поєднує експериментальний і теоретичний методи фізики як науки.

Навчання фізики у педагогічному університеті на засадах принципу циклічності «факти – модель – наслідок – експеримент» уможливлює унаочнення наукового методу пізнання природи. З експериментальними фактами студенти знайомляться в курсі загальної фізики, з математичними знаковими моделями і правилами їх дослідження – в курсах математичних дисциплін. Прикладна спрямованість такої методологічної основи реалізується в курсах математичних методів фізики і теоретичної фізики під час спроб математичного моделювання реальних фізичних процесів на відповідність фундаментальним фізичним експериментам. Забезпечення спадкоємності цих курсів є однією з умов підвищення ефективності навчання фізики у педагогічному університеті.

Перспективи подальших досліджень. Проте, слід зазначити, що актуальною залишається проблема методичної адаптації сучасного рівня наукових досягнень фізики у площину шкільних умов. Тому, формування у майбутніх вчителів фізики відповідних предметних і професійних компетентностей, адекватно узгоджених із сучасними досягненнями в галузях фізико-математичних і педагогічних наук націлених на професіограму такого фахівця є перспективною проблемою теорії і методики навчання фізики.

Список використаних джерел:

1. Мартинсон Л.К. Дифференциальные уравнения математической физики : учеб. для вузов / Л.К. Мартинсон, Ю.И. Малов. – М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 368 с. – (Серия «Математика в техническом университете»; вып. 12).
2. Подопригора Н.В. Про навчання експериментальних і теоретичних методів фізики у педагогічному університеті / Н.В. Подопригора // Наукові записки. Серія: проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. – Кіровоград : КДПУ ім. В.Винниченка, 2013. – Вип. 4. – Ч. 1. – С. 204-209.
3. Разумовский В.Г. Проблема развития творческих способностей учащихся в процессе обучения физике : дис. … доктора пед. наук : 13.00.02 (ф) / Разумовский Василий Григорьевич. – М., 1972. – 507 с.
4. Сахаров А.Д. Симметрия Вселенной / А.Д. Сахаров // Научная мысль (Вестник АПН). – 1967. – Вып. 1. – С.13-31.
5. Сергєєв О.В. Тенденції інтеграції сучасної дидактики фізики як наукової дисципліни / О.В. Сергєєв, С.П. Куриленко // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського державного педагогічного університету. Серія педагогічна. – Кам'янець-Подільський, 2001. – Вип.7: Модель середньої фізичної освіти в умовах переходу на 12-річний термін навчання. – С.135-141.

Н. В. Подопригора

Кировоградский государственный педагогический университет имени Владимира Винниченко

ПРИКЛАДНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ФИЗИКИ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ: ВЕКОВОЕ УРАВНЕНИЕ

Статья посвящена проблеме реализации междисциплинарной интеграции учебных дисциплин по изучению физики с учетом специфики ее преподавания в педагогическом университете. Математические методы физики –это один из способов введения студентов в познавательную учебную деятельность, которая определяется содержанием курсов общей и теоретической физики. Реализация прикладной направленности математических методов физики в процессе изучения радиоактивности дает возможность наглядно показать студентам как решается одна из проблем ядерной физики –определение периода полураспада радиоактивного ядра. Обучение физике основанное на принципе цикличности представляет собой аппроксимациюцикла научного познания природы на процесс обучения физике. Обеспечение преемственности курсов общей физики, математических методов физики и теоретической физики является одним из условий повышения эффективности обучения физики в педагогическом университете.

Ключевые слова: математические методы физики, прикладная направленность, педагогический университет, междисциплинарная интеграция, принцип цикличности, радиоактивность.

N. V. Podoprygora

Kirovohrad Volodymyr Vynnychenko State Pedagogical University

APPLIED ORIENTATION OF MATHEMATICAL METHODS OF PHYSICS IN PEDAGOGICAL UNIVERSITY: SECULAR EQUATION

The article is sanctified to the problem of providing of interdisciplinary integration of educational disciplines in relation to the study of physics taking into account the specific of her teaching in a pedagogical university. Mathematical methods of physics are one of facilities of introduction of students in cognitive activity that is determined by maintenance of courses of general and theoretical physics. Realization of the applied orientation of mathematical methods of physics in the process of study of radio-activity makes possible a show evidently of decision of one out of problems of nuclear physics – determination of half-period of radioactive kernel. The studies of physics on the basis of principle of recurrence do possible approximation of cycle of scientific cognition of nature on the process of studies of physics. Providing of succession of courses of general physics, mathematical methods of physics and theoretical physics is one of terms of increase of efficiency of studies of physics in a pedagogical university.

Key words: mathematical methods of physics, applied orientation, pedagogical university, interdisciplinary integration, principle of recurrence, radio-activity.

Отримано: 22.04.2014