УДК 517.5 DOI: 10.32626/2307-4507.2025-31.132-135

Ірина КОВАЛЬСЬКА[1], Олена РАДЗІЄВСЬКА[2]

[1]Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
[2]Національний університет харчових технологій

e-mail: [1]kovalska@kpnu.edu.ua; [2]radzlena58@gmail.com;
ORCID: [1]0000-0002-2653-0152,[2]0000-0002-4249-0808

МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ПІДІЙМАЛЬНОЇ СИЛИ КРИЛА ЛІТАКА ЗА ДОПОМОГОЮ АНАЛІТИЧНОЇ ФУНКЦІЇ

Анотація: Аналітичні функції комплексної змінної – це не просто апарат для фундаментальних досліджень. Вони широко використовуються в різних галузях прикладної математики, фізики, техніки, комп'ютерної графіки, економіки тощо і є універсальним інструментом для формалізації фізичних явищ, полегшення аналізу складних систем, підвищення точності та ефективності результатів.

Зокрема, в гідродинаміці та аеродинаміці аналітичні функції описують потік і швидкість ідеальної рідини і використовуються для моделювання обтікання тіл рідиною (наприклад, крила літака, турбіни генератора, лопастей двигуна). Конформні відображення, які здійснюються аналітичними функціями, дають змогу перетворити коло у аеродинамічний профіль (криву, подібну до крила літака) і таким чином спростити вивчення поведінки потоку навколо крила. Для дослідження такої поведінки як складної фізично реалістичної ситуації зручно вивчати поведінку потоку навколо кола, оскільки таку ситуацію легко описати.

У даній статті використовується дієвий методичний прийом – показати студентам фізичних спеціальностей при вивченні курсу матаналізу, що жоден крок побудови моделі підйомної сили не працює без властивостей аналітичних функцій. Також робиться методичний акцент на тому, що кожна фізична умова – це властивість аналітичних функцій і що саме ці властивості роблять складну фізичну задачу значно простішою. З допомогою аналітичної функції описується поле плоско-паралельного усталеного потоку, а сама функція розглядається як комплексний потенціал цього соленоїдного і безвихрового поля. Використовуючи властивості аналітичних функцій та фізичні закони, досліджується підіймальна сила крила літака як макроскопічний прояв взаємодії повітряної течії з тілом складної форми. Ця взаємодія розглядається на кількох рівнях – від елементарної аеродинаміки до потенціальних течій, рядів Лорана і, закінчуючи, формулою підіймальної сили крила літака Жуковського.

Ключові слова: аналітичні функції, комплексний потенціал, крило літака, соленоїдне поле, підіймальна сила, лінії потоку, безвихрове поле, конформне відображення, формула Жуковського.

Вступ. Аналітичні функції комплексної змінної – це не просто апарат для фундаментальних досліджень. Вони широко використовуються в різних галузях прикладної математики, фізики, техніки, комп'ютерної графіки, економіки тощо і є універсальним інструментом для формалізації фізичних явищ, полегшення аналізу складних систем, для моделювання безвихрових, безрозривних процесів у природі, техніці, цифрових технологіях, підвищення точності та ефективності результатів.

Зокрема, в гідродинаміці аналітичні функції описують потік і швидкість ідеальної рідини і використовуються для моделювання обтікання тіл рідиною (наприклад, крила літака, турбіни генератора, лопастей двигуна). Уся теорія потенціального руху на площині фактично спирається на властивості аналітичних функцій. Конформні відображення, які здійснюються аналітичними функціями, дають змогу перетворити коло у аеродинамічний профіль (криву, подібну до крила літака) і таким чином спростити вивчення поведінки потоку навколо крила. Для дослідження такої поведінки як складної фізично реалістичної ситуації зручно вивчати поведінку потоку навколо кола, оскільки таку ситуацію легко описати.

У даній статті використовується дієвий методичний прийом – показати студентам фізичних спеціальностей при вивченні курсу матаналізу, що жоден крок побудови моделі підйомної сили не працює без властивостей аналітичних функцій. Також робиться методичний акцент на тому, що кожна фізична умова – це властивість аналітичних функцій і що саме ці властивості роблять складну фізичну задачу значно простішою. З допомогою аналітичної функції описується поле плоско-паралельного усталеного потоку, а сама функція розглядається як комплексний потенціал цього соленоїдного і безвихрового поля. Використовуючи властивості аналітичних функцій та фізичні закони, досліджується підіймальна сила крила літака як макроскопічний прояв взаємодії повітряної течії з тілом складної форми. Ця взаємодія розглядається на кількох рівнях – від елементарної аеродинаміки до потенціальних течій, рядів Лорана і, закінчуючи, формулою підіймальної сили крила літака Жуковського.

Постановко задачі. Нехай задано плоско-паралельний усталений потік і потрібно з допомогою аналітичної функції описати його поле та сили, що діють на деяку область D в цьому полі.

Розглянемо область D – частину крила літака, обмежену кусково-гладким контуром L. Ця область знаходиться в векторному полі швидкостей $\vec{v}$, де

$$v = v_1(x;y) + \mathrm{i}v_2(x;y).$$

Відмітимо, що аналітичною або голоморфною в області D називається функція $f(z) = u(x,y) + \mathrm{i}v(x,y)$, яка має комплексну похідну в кожній точці області D комплексної площини.

Нехай функції двох змінних $v_1(x;y)$ та $v_2(x;y)$ мають неперервні часткові похідні в деякому околі точки $z_0 = x_0 + \mathrm{i}y_0$, а саме поле в цьому околі є потенціальним і соленоїдним. Тобто для нього мають місце співвідношення

$$rotv = \frac{\partial v_2}{\partial x} - \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0, \qquad (1)$$

та $$divv = \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

З першого співвідношення слідує, що вираз $v_1 dx + v_2 dy$ буде повним диференціалом деякої функції φ, яку називають потенціальною функцією поля і для якої

$$v_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \text{ а } v_2 = \frac{\partial \varphi}{\partial y}.$$

Тому можна записати, що $v = grad\varphi$. Із другого співвідношення слідує, що вираз $-v_2 dx + v_1 dy$ є повним диференціалом деякої функції ψ, яку називають функцією потоку. Тому в деякому околі точки z_0 справедливі співвідношення:

$$-v_2 = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \; v_1 = \frac{\partial \psi}{\partial y}.$$

Із даних співвідношень можна зробити висновок, що для функції $f = \varphi + \mathrm{i}\psi$ виконуються умови Коші – Рімана, а саме

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = v_1 \quad \text{і} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = v_2.$$

Отже функція *f*, яка називається комплексним потенціалом поля $v = grad\varphi$, є аналітичною в точці z_0. Знайдемо похідну цієї функції.

$$f' = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathrm{i}\frac{\partial \psi}{\partial x} = v_1 - \mathrm{i}v_2.$$

Із даного співвідношення слідує, що похідна комплексного потенціалу f' є комплексно-спряженим вектором до вектора швидкості потоку *v*

Позначимо $P(z) = \frac{dF}{|dz|}$ – вектор тиску на крило в точці $z \in \overline{D}$, де $|dz|$ – елемент довжини. Тоді можна обчислити силу, що діє на крило.

$$F = \int_L P(z)|dz|. \quad (3)$$

Оскільки сила напрямлена по нормалі, то $P(z) = |P(z)|\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} = |P(z)|\mathrm{i}.$

За рівнянням Бернуллі для стаціонарної, нев'язкої, нестисливої течії вздовж однієї і тієї ж лінії потоку сума статичного, динамічного, і гідростатичного тисків є сталою. Тому

$$P + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h = const,$$

де P – статичний тиск, ρ – густина газу. Якщо потік рухається горизонтально, то $h = 0$ і $P + \frac{\rho v^2}{2} = C$. Для векторів $P(z)$ і $v(z)$ рівняння Бернуллі набуває вигляду

$$\left| P(z) \right| + \frac{\rho}{2}\left| v(z) \right|^2 = C.$$

Звідси $P(z) = \mathrm{i}C - \frac{\mathrm{i}\rho}{2}|v(z)|^2$ і з рівняння (3) отримуємо

$$F = iC\int_L dz - \frac{i\rho}{2}\int_L |v(z)|^2 dz.$$

Враховуючи, що $\int_L dz = 0$ і $v(z) = |v(z)|\mathrm{e}^{\mathrm{i}t}$, знаходимо $|v(z)|^2 = v^2(z)\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}t}$, а отже

$$F = -\frac{i\rho}{2}\int_L v^2(z)e^{-2it}dz = -\frac{\mathrm{i}\rho}{2}\int_L v^2(z)\mathrm{e}^{-2it}|dz|\mathrm{e}^{it} =$$

$$= -\frac{i\rho}{2}\int_L v^2(z)e^{-it}|dz| = -\frac{\mathrm{i}\rho}{2}\int_L v^2(z)\overline{dz}.$$

Вище відмічалось, що коли функція має комплексно-спряжене соленоїдальне і безвихрове векторне поле *v*, то вона буде аналітичною в деякій області. Тому функція $\overline{v(z)} = f'(z)$ аналітична в області *D* і $\overline{f'(z)} = v(z)$. Звідси слідує співвідношення

$$F = -\frac{\mathrm{i}\rho}{2}\int_L \left(\overline{f'(z)}\right)^2 \overline{dz},$$

а отже

$$\overline{F} = \frac{i\rho}{2}\int_L f'^2(z)dz. \quad (4)$$

В цій формулі вектор, спряжений з вектором *F* підіймальної сили, що діє контур *L,* виражається через комплексний інтеграл від похідної комплексного потенціала поля $f(z) = \varphi(x;y) + \mathrm{i}\psi(x;y)$. Рівність (4) називається формулою Чаплигіна або Блазіуса.

Розглянемо окіл нескінченно-віддаленої точки $0 < R < |z| < +\infty$. Оскільки функція $f'(z)$ аналітична, то для неї точка $z = \infty$ є усувною особливою і ряд Лорана в околі цієї точки матиме вигляд

$$f'(z) = c_0 + \frac{c_{-1}}{z} + \frac{c_{-2}}{z^2} + \frac{c_{-3}}{z^3} + \ldots$$

Тоді

$$f'(\infty) = c_0 = \overline{v(\infty)}. \quad (5)$$

Знайдемо

$$\left(f'(z)\right)^2 = c_0^2 + 2\frac{c_0 c_{-1}}{z} + 2\frac{c_0 c_{-2}}{z^2} + \frac{c_{-1}^2}{z^2} + \frac{c_{-2}^2}{z^4} + \cdots$$

За контур *l* виберемо множину тих точок *z*, для яких $|z| = R_1 > R$. Використаємо теорему Коші для складного контура [7, с. 314]. Тоді

$$\int_L \left(f'(z)\right)^2 dz = \int_l \left(f'(z)\right)^2 dz =$$

$$= \int_l \left(c_0^2 + 2\frac{c_0 c_{-1}}{z} + 2\frac{c_0 c_{-2}}{z^2} + \frac{c_{-1}^2}{z^2} + \frac{c_{-2}^2}{z^4} + \cdots \right) dz = \quad (6)$$

$$= 2c_0 c_{-1}\int_l \frac{dz}{z} = 4\pi\mathrm{i}c_0 c_{-1}.$$

А також

$$\int_L f'(z)dz = \int_l f'(z)dz =$$

$$= \int_l \left(c_0 + \frac{c_{-1}}{z} + \frac{c_{-2}}{z^2} + \frac{c_{-3}}{z^3} + \ldots \right) dz = \quad (7)$$

$$= c_{-1}\int_l \frac{dz}{z} = 2\pi\mathrm{i}c_{-1}.$$

Слід відмітити, що при обчисленні інтегралів ми враховуємо співвідношення [1, с. 251]:

$$\int_l \frac{dz}{z^m} = \begin{cases} 0, & m \neq 1; \\ 2\pi i, & m = 1. \end{cases}$$

Якщо провести дотичну і праву нормаль до контуру *L* і позначити одиничний вектор дотичної *t*, а одиничний вектор нормалі *n,* то можна означити дві величини. Вирази $\Gamma_L = \int_L (v,t)ds$ і $N_L = \int_L (v,n)ds$ назвемо відповідно циркуляцією векторного поля $v = v_1 + iv_2$ вздовж контуру L та потоком через контур L. Потік і циркуляція відображають «поведінку» поля на заданій лінії чи поверхні. Зокрема, циркуляція векторного поля $v = v_1 + iv_2$ по контуру L характеризує обертальну здатність поля на даному контурі. За умови замкнутості векторних ліній поля, циркуляція вздовж цих ліній буде додатна, якщо напрямок поля співпадає з напрямком обходу векторної лінії. Якщо ж ці напрямки не співпадають, то циркуляція від'ємна.

Оскільки $f' = v_1 - iv_2$, $tds = dz = dx + idy$, а $nds = -idz = dy - idx$, то звідси слідує, що $v_1 = \operatorname{Re} f'$, $v_2 = \operatorname{Im} f'$,

$$\Gamma_L = \int_L v_1 dx + v_2 dy = \int_L \operatorname{Re} f'dx - Imf'dy,$$

а $$N_L = \int_L -v_2 dx + v_1 dy = \int_L Imf'dx + \operatorname{Re} f'dy.$$

Використовуючи формулу для обчислення комплексного інтеграла, отримуємо:

$$\int_L f'(z)dz = \int_L \operatorname{Re} f'dx - Imf'dy =$$

$$= +i\int_L Imf'dx + \operatorname{Re} f'dy = \quad (8)$$

$$= \int_L v_1 dx + v_2 dy + i\int_L -v_2 dx + v_1 dy = \Gamma_L + iN_L.$$

Із (7) і (8) слідує, що

$$\int_L f'(z)dz = 2\pi i c_{-1} = \Gamma_L + iN_L.$$

Оскільки потік напрямлений паралельно дотичній до L, то $N_L = 0$ і $2\pi i c_{-1} = \Gamma_L$. Звідси знаходимо $c_{-1} = \dfrac{\Gamma_L}{2\pi i}$, а з (5) отримуємо, що $c_0 = \overline{v(\infty)}$. Підставимо ці значення в (6).

$$\int_L \left(f'(z)\right)^2 dz = 4\pi i c_0 c_{-1} = 4\pi i\, \overline{v(\infty)} \cdot \frac{\Gamma_L}{2\pi i},$$

отже

$$\overline{F} = \frac{i\rho}{2}\int_L f'^2(z)dz = 4\pi i\, \overline{v(\infty)} \cdot \frac{\Gamma_L}{2\pi i}\, \frac{i\rho}{2}.$$

При дійсних значеннях ρ і Γ_L вираз набуває вигляду

$$F = -i\rho v(\infty)\ \Gamma_L.$$

Це співвідношення називають формулою підіймальної сили літака Жуковського.

У 1906 році М.Є. Жуковський написав статтю «О присоединенных вихрях». В ній він вперше оприлюднив теорему про підіймальну силу крила літака. Ця теорема, стала значним внеском у розвиток теоретичних досліджень та практичних результатів вітчизняної і світової авіації. Теорема сформульована наступним чином: *силова взаємодія течії на циліндричне тіло будь-якої форми завжди зводиться до однієї сили, питома величина якої дорівнює добутку з густини рідини на циркуляцію швидкості по контуру навколо тіла й на швидкість натікаючої течії на нескінченності, тобто* $X = 0$, $Y = \rho\Gamma v_\infty$ [3, с. 200].

Під питомою силою розуміють її величину, що діє на одиницю довжини циліндричної поверхні.

Схема обтікання зображена на *рис. 1*. Циліндричне тіло подано криловим профілем.

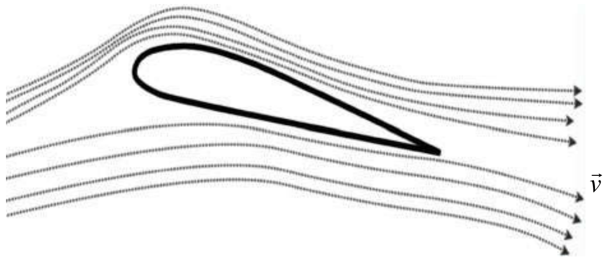

Рис. 1

Висновок. В даній статті показано, як з допомогою аналітичної функції дослідити поля плоско-паралельного усталеного потоку та сили, що діють на деяку область D в цьому векторному полі швидкостей $\vec{v}$, де $v = v_1(x; y) + iv_2(x; y)$. При цьому сама функція розглядається, як комплексний потенціал цього соленоїдного і безвихрового поля. Наголошується, що аналітичні функції в комплексній площині – це не просто зручність. Вони повністю керують математичним описом підіймальної сили – швидкостями, тиском, циркуляцією, профілем. Без них класична аеродинаміка крила просто не існує. Одна аналітична функція Жуковського $f(z) = z + \dfrac{a^2}{z}$ створює профіль, який аеродинаміки розробляли десятиліттями.

Використовуючи властивості аналітичних функцій та фізичні закони, досліджується підіймальна сила крила літака як макроскопічний прояв взаємодії повітряної течії з тілом складної форми і отр имується формула Чаплигіна або Блазіуса. Далі, інтегруючи ряди Лорана для f' та $(f')^2$, досліджуючи потік і циркуляцію поля на заданій лінії та поверхні, отримано співвідношення, яке називають формулою підіймальної сили літака Жуковського. Це твердження стало вагомим внеском у розвиток теоретичних досліджень та практичних результатів вітчизняної і світової авіації. Водночас посилається сильний методичний меседж – без комплексного аналізу не існувало б класичної теорії крила.

Список використаних джерел:

1. Бак С.М. Лекції з комплексного аналізу. Вінниця: ФОП Горбачук І.П., 2011. 408 с.
2. Гідрогазодинаміка: навчальний посібник / Гусак О.Г., Шарапов С.О., Ратушний О.В. Суми: Сумський державний університет, 2022. 251 с.
3. Інтегральний курс механіки рідини й газу: навчальний посібник / І.О. Ковальов, О.В. Ратушний, Е.В. Колісніченко. Суми: Сумський державний університет, 2023. 401 с.
4. Мартиненко М.А., Юрик І.І. Теорія функцій комплексної змінної. Операційне числення: навчальний посібник. Київ: Видавничий Дім «Слово», 2007. 296 с.
5. Мельник Т.А. Комплексний аналіз: підручник. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2015. 192 с.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов: учебное пособие для втузов. 13-е изд. Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. Т. 2. 560 с.
7. Шкіль М.І. Математичний аналіз. Київ: ВШ, 1981. Ч. ІІ. 456 с.

Iryna KOVALSKA[1], Olena RADZIYEVSKA[2]

[1]Kamianets-Podilskyi Ivan Ohiienko National University
[2]National University of Food Technology

METHOD FOR RESEARCHING THE LIFT FORCE OF AN AIRCRAFT WING USING AN ANALYTICAL FUNCTION

Abstract. Analytical functions of a complex variable are not just an apparatus for fundamental research. They are widely used in various branches of applied mathematics, physics, engineering, computer graphics, economics, etc. and are a universal tool for formalizing physical phenomena, facilitating the analysis of complex systems, increasing the accuracy and efficiency of results.

In particular, in hydrodynamics, analytical functions describe the flow and velocity of an ideal fluid and are used to model the flow of fluid around bodies (for example, aircraft wings, generator turbines, engine blades). Conformal mappings, which are performed by analytical functions, make it possible to transform a circle into an aerodynamic profile (a curve similar to an aircraft wing) and thus simplify the study of the behaviour of the flow around the wing. To study such behaviour as a complex physically realistic situation, it is convenient to study the behaviour of the flow around a circle, since such a situation is easy to describe.

This article uses an effective methodological technique – to show students of physics specialties when studying the course of mathematical analysis that no step in building a lift model works without the properties of analytical functions. Also, a methodological emphasis is placed on the fact that each physical condition is a property of analytical functions and that it is these properties that make a complex physical problem much simpler. With the help of an analytical function, the field of a plane-parallel steady flow is described, and the function itself is considered as a complex potential of this solenoidal and vortex-free field. Using the properties of analytical functions and physical laws, the lift force of an airplane wing is investigated as a macroscopic manifestation of the interaction of an air flow with a body of complex shape. This interaction is considered at several levels – from elementary aerodynamics to potential flows, Laurent series and, ending with Zhukovsky's formula for the lift force of an airplane wing.

Key words: analytical functions, complex potential, airplane wing, solenoidal field, lift force, streamlines, vortex-free field, conformal mapping, Zhukovsky's formula.

References:

1. Bak S.M. Lektsii z kompleksnoho analizu. Vinnytsia: FOP Horbachuk I.P., 2011. 408 s.
2. Hidrohazodynamika: navchalnyi posibnyk / Husak O.H., Sharapov S.O., Ratushnyi O.V. Sumy: Sumskyi derzhavnyi universytet, 2022. 251 s.
3. Intehralnyi kurs mekhaniky ridyny y hazu: navchalnyi posibnyk / I.O. Kovalov, O.V. Ratushnyi, E.V. Kolisnichenko. Sumy: Sumskyi derzhavnyi universytet, 2023. 401 s.
4. Martynenko M.A., Yuryk I.I. Teoriia funktsii kompleksnoi zminnoi. Operatsiine chyslennia: navchalnyi posibnyk. Kyiv: Vydavnychyi Dim «Slovo», 2007. 296 s.
5. Melnyk T.A. Kompleksnyi analiz: pidruchnyk. Kyiv: VPTs «Kyivskyi universytet», 2015. 192 s.
6. Pyskunov N.S. Dyfferentsoalnoe y yntehralnoe yschyslenyia dlia vtuzov: uchebnoe posobye dlia vtuzov. 13-e yzd. Moskva: Nauka, Hlavnaia redaktsyia fizyko-matematycheskoi lyteratury, 1985. T. 2. 560 s.
7. Shkil M.I. Matematychnyi analiz. Ch. II. Kyiv: VSh, 1981. 456 s.

Отримано: 14.10.2025

УДК 37.016:[51+004 DOI: 10.32626/2307-4507.2025-31.135-141

Вікторія МАРИНІНА[1], Ростислав МОЦИК[2], Ірина ВОЖГА[3]

[1]Відокремлений структурний підрозділ Кам'янець-Подільського фахового коледжу Навчально-реабілітаційного закладу вищої освіти "Кам'янець-Подільський державний інститут"
[2]Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
[3]Опорний заклад освіти «Смотрицький ліцей ім. М. Смотрицького», Кам'янець-Подільський район

e-mail: [1]maryninavita@gmail.com, [2]motsyk@kpnu.edu.ua, [3]vozhairuna@gmail.com;
ORCID: [1]0009-0004-48-96-1692, [2]0000-0003-0947-3579, [3]0009-0004-2268-4578

МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ: МАТЕМАТИКА ТА ІНФОРМАТИКА

Анотація. У статті предоставлено результати дослідження фундаментального значення та методичної реалізації міжпредметних зв'язків між математикою та інформатикою в освітньому процесі. Акцентується увага на тому, що ці дві дисципліни тісно переплітаються, створюючи потужний синергетичний ефект, де математика виступає теоретичним фундаментом, а інформатика надає інструменти для вирішення складних задач та візуалізації абстрактних концепцій. Підкреслюється, що такий інтегрований підхід є ключовим для формування в учнів цілісного наукового світогляду, а також розвитку критичного, алгоритмічного та обчислювального мислення.

У роботі детально проаналізовано, як саме ключові математичні розділи забезпечують теоретичну базу для інформатики. Зокрема, дискретна математика є основою для алгоритмів та структур даних (масиви, дерева), математична логіка – критично важлива для мов програмування та штучного інтелекту, теорія графів застосовується для моделювання мереж та алгоритмів пошуку шляху, а теорія ймовірностей та статистика лежать в основі машинного навчання, аналізу даних та криптографії. Такий розгляд підтверджує тезу, що математика є фактично "мовою, якою розмовляє" інформатика.

Особлива увага приділяється практичним методичним підходам, які допомагають вчителю ефективно використовувати цей зв'язок на уроках, наведено конкретні навчальні приклади. Зокрема, вивчення арифметичної прогресії на уроці математики пропонується поєднати з написанням простого коду (наведено приклад на Python), який обчислює n-й член або суму перших n членів послідовності. Крім того, підкреслюється роль інформатики у візуалізації складних математичних понять, таких як графіки функцій за допомогою Matplotlib або GeoGebra, а також створення фракталів та 3D-моделювання геометричних тіл за допомогою SketchUp або Tinkercad.

Ключові слова: міжпредметні зв'язки, математика, інформатика, алгоритмічне мислення, обчислювальне мислення, інтеграція навчання, освітні технології.

