

Руслан ПОВЕДА¹, Тетяна ПОВЕДА²

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка

e-mail: ¹povedar@kpnpu.edu.ua, ²poveda.tetiana@kpnpu.edu.ua,;ORCID: ¹0000-0002-0067-6153, ²0000-0003-3244-6907

ДИДАКТИЧНИЙ ПОТЕНЦІАЛ КЛАСИЧНОЇ ЗАДАЧІ ТРЬОХ ТІЛ У ВИКЛАДАННІ МЕХАНІКИ ДЛЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ФІЗИКИ

Анотація. У статті розглянуто необхідність включення проблеми трьох тіл до змісту університетського курсу класичної механіки під час підготовки майбутніх учителів фізики. Обґрунтовано методичну, наукову й пізнавальну цінність проблеми як важливого змістового компонента, що поєднує класичні положення механіки з сучасними підходами до моделювання та теорією хаосу. Вивчення проблеми трьох тіл сприяє формуванню дослідницьких, цифрових, аналітичних, методичних та міждисциплінарних компетентностей здобувачів вищої освіти. Зазначено, що проблема трьох тіл забезпечує перехід від репродуктивного навчання до дослідницької STEM-парадигми та є важливим чинником модернізації фізичної освіти і розвитку наукового мислення майбутніх учителів.

Ключові слова: проблема трьох тіл; класична механіка; підготовка вчителів фізики; математичне моделювання; STEM-освіта; міждисциплінарність; наукове мислення; цифрові компетентності.

Сучасна фахова освіта у закладах вищої освіти, спрямована на підготовку майбутніх учителів фізики, потребує не лише загального опанування традиційного теоретичного матеріалу, а й розвитку здатності здобувачів вищої освіти до наукового мислення, критичного аналізу явищ та використання математичного моделювання у прогнозуванні поведінки реальних фізичних систем [8; 9]. У цьому контексті важливим є вибір змістових компонентів, які з одного боку, відображають класичний фундамент фізики, а з іншого – створюють місток до сучасних наукових підходів та міждисциплінарних досліджень.

Однією з таких змістових ланок є задача трьох тіл (ЗТТ) – фундаментальна задача небесної механіки, яка бере початок із законів Ньютона та відкриває шлях до теорії хаосу, нелінійної динаміки, космічної навігації та комп'ютерного моделювання [4; 7]. Попри свою математичну складність, дана проблема має надзвичайно вагомий методологічний, дидактичний і світоглядний значення, тому її введення в курс механіки для студентів-фізиків педагогічних спеціальностей є цілком логічним та обґрунтованим.

Метою публікації є обґрунтування необхідності включення задачі трьох тіл до робочих програм курсу класичної механіки у підготовці майбутніх учителів фізики та визначення функцій, які вона виконує у формуванні професійних компетентностей. Проблема трьох тіл є ідеальним прикладом для подолання поширеного міфу про абсолютну точність і передбачуваність класичної механіки, який нерідко виникає під впливом шкільного курсу фізики. Важливим є те, що здобувачі вищої освіти мають перейти від лінійної та майже геометричної інтерпретації руху до розуміння складних динамічних систем у відкритому фізичному світі.

Виклад основного матеріалу. Задача трьох тіл виникла як логічне продовження формулювання Ньютоном загальних законів руху та закону всесвітнього тяжіння [1]. У класичному формулюванні вона полягає у знаходженні точного розв'язку рівнянь руху для трьох масивних тіл, що взаємодіють лише гравітаційно. Спершу передбачалося, що задача, подібно до задачі двох тіл, також має аналітичний розв'язок, проте подальші дослідження Лагранжа, Ейлера та, осо-

бливо, Пуанкаре показали, що система має надзвичайно складну поведінку, а в загальному випадку точних аналітичних рішень не існує [3; 4; 6]. Історія розвитку підходів до проблеми трьох тіл відображає зміну парадигм у науці: від віри у повну визначеність світу до усвідомлення нелінійності, локальної нестійкості, чутливості до початкових умов та множинності можливих траєкторій [3; 7]. Для майбутнього учителя фізики така історико-пізнавальна лінія надзвичайно важлива, оскільки показує еволюцію наукового знання, а не лише готові результати.

Цінність задачі трьох тіл полягає у формуванні таких світоглядних положень [4; 7]:

- не всі фізичні проблеми мають точний аналітичний розв'язок, навіть якщо вони описуються простими законами;
- класична механіка є надзвичайно багатошаровою дисципліною і може приводити до хаотичних режимів руху;
- математичне моделювання є невід'ємною частиною сучасної фізики, нарівні з аналітичними методами.

Таким чином, задача трьох тіл стає засобом переходу від шкільної фізики до реальної наукової фізики [8; 9]. Типова робоча програма підготовки вчителя фізики у вітчизняних ЗВО включає такі розділи: кінематика, динаміка, закони збереження, механіка систем частинок, механіка твердого тіла, елементи аналітичних формулювань, рух у центральному полі та основні спеціальні теорії відносності (СТВ). Зміст є фундаментальним та методично цілісним, однак у ньому відсутня відсутність проблемно-орієнтованих, прикладних та прогностичних тем, де здобувач вищої освіти міг би застосовувати методи мислення вченого ХХІ століття. Задача трьох тіл у цьому контексті виконує такі функції: об'єднує більшість вивчених розділів механіки, включаючи лагранжову та гамільтонову формалізацію; стимулює до використання цифрових засобів, без яких сучасний учитель не може виконувати свою функцію; влітає у підготовку елементи астрономії та космічної фізики, що актуально для нової української шкільної програми; виступає завершальним і концептуальним елементом навчальної дисципліни [4-7].

Згідно з сучасними підходами до підготовки вчителя, результатом навчання є сформована здатність діяти в нестандартних ситуаціях. Включення в курс матеріалу про задачу трьох тіл сприяє формуванню таких компетентностей здобувачів вищої освіти як:

- 1) науково-дослідницька – постановка задачі, побудова моделі, інтерпретація результатів;
- 2) ІКТ-компетентність – робота з програмними середовищами моделювання;
- 3) методична – розвиток навичок пояснення складного простими прикладами;
- 4) креативно-інженерна – застосування результатів до реальних задач навігації;
- 5) міждисциплінарна – зв'язок фізики, математики, інформатики й астрономії.

Задача трьох тіл також дозволяє розвивати критичне мислення, оскільки формулювання задачі й результати її розв'язання не завжди однозначні і потребують аналізу альтернативних рішень. Задача трьох тіл виходить далеко за межі класичної механіки. Вона є базою для сучасної космічної навігації (маршрути зондів, супутників та міжпланетних апаратів); розуміння динаміки багатозоряних систем та екзопланетних конфігурацій; дослідження хаосу та стохастичних систем [6; 7]. Таким чином, задача трьох тіл формує в здобувача вищої освіти науковий горизонт, який виходить за межі традиційної робочої програми та підсилює майбутню STEM-діяльність.

Для учителя фізики важливо вміти перекодувати складні знання в доступні освітні формати. Задача трьох тіл дозволяє створювати навчальні інтерактивні симуляції та відео демонстрації, шкільні міні-проекти, міжпредметні дослідницькі роботи конкурсів МАН, завдання з аналізом реальних графіків та траєкторій. Це робить навчання дослідницьким, що повністю узгоджується з Концепцією Нової української школи [9].

На нашу думку, не збільшуючи обсяг навчальних годин з механіки, варто переформатувати один із завершальних модулів. Найдоцільніше включати задачу трьох тіл до тем «Рух у гравітаційному полі» або «Елементи аналітичної механіки». Наприклад:

1. Лекція – історико-філософський та науковий аспект задачі трьох тіл

Тривалість: 90 хв. (2 академічні години).

Мета: Сформувати розуміння природи задачі трьох тіл, її історичного, філософського, наукового та методологічного значення.

Очікувані результати навчання:

- пояснити зміст і постановку задачі трьох тіл;
- охарактеризувати внесок Ньютона, Ейлера, Лагранжа та Пуанкаре;
- дати розуміння межі аналітичних методів класичної механіки;
- описати зв'язок між ЗТТ та теорією хаосу;
- обґрунтувати актуальність ЗТТ у сучасній фізичній науці та освіті.

Орієнтовна структура лекції представлена у таблиці 1.

Домашнє завдання можна запропонувати так:

Прочитати фрагмент праці А. Пуанкаре «Про науку» та сформулювати три ключові ідеї.

Підготувати міні-виступ: «Навіщо вчителю фізики знати про задачу трьох тіл?».

Таблиця 1

Структура, зміст та тривалість етапів лекційного заняття

| Етап | Тривалість | Зміст |
|-------------------------------|------------|--|
| Мотиваційний вступ | 10 хв. | Відеофрагмент або симуляція хаотичного руху трьох тіл, проблемне питання. |
| Історично-науковий блок | 20 хв. | Постановка задачі Ньютона → часткові рішення → дослідження Пуанкаре. |
| Філософсько-пізнавальний блок | 15 хв. | Детермінізм → індетермінізм → хаос → чутливість до початкових умов. |
| Методологічний блок | 25 хв. | Порівняння задачі двох і трьох тіл, точки Лагранжа L1-L5, фазовий простір. |
| Актуальні застосування | 10 хв. | Космічні місії Voyager, SOHO, JWST, прогнозування астероїдів. |
| Висновки і рефлексія | 10 хв. | Міні-тест або коротка дискусія. |

2. Практичне заняття – чисельне моделювання (Python, GeoGebra, Desmos)

Тривалість: 90 хв.

Мета: Навчити створювати прості чисельні моделі руху тіл у гравітаційному полі та аналізувати їх поведінку.

Програмні інструменти для вибору: Python; GeoGebra Classic / 3D; Desmos Graphing Calculator; Universe Sandbox / Algodoo.

Практичні завдання:

| Рівень | Опис завдання |
|------------------------|---|
| Базовий (обов'язковий) | Задати 3 тіла з масами та координатами; побудувати траєкторії; візуалізувати. |
| Середній | Дослідити вплив малих змін початкових умов ($\pm 0,5\%$) та порівняти траєкторії. |
| Поглиблений | Побудувати модель обмеженого випадку або знайти періодичні орбіти. |

Очікуваний результат: створена та пояснена власна симуляція руху трьох тіл.

3. Проектне завдання – аналіз стійкості траєкторій

Мета: Розвинути дослідницькі вміння та вміння презентувати результати моделювання та застосування в навчанні.

Формати виконання (на вибір здобувача вищої освіти): дослідницька робота і презентація; відеодемонстрація (2–5 хв).

Методична розробка для практичного заняття.

Етапи виконання:

| Етап | Дія | Результат |
|------|----------------------------------|----------------------------|
| 1. | Формулювання проблемного питання | Обґрунтування актуальності |
| 2. | Вибір початкових параметрів | Таблиця параметрів |
| 3. | Запуск моделі декілька разів | Набір траєкторій |
| 4. | Аналіз графіків і порівнянь | Аналітичний висновок |
| 5. | Педагогічна трансляція | Готовий освітній продукт |

Наведемо кілька орієнтовних тем для індивідуальних науково-дослідницьких завдань (ІНДЗ):

1. Чому JWST знаходиться у точці L2?

- Ефект метелика у задачі трьох тіл.
- Періодичні орбіти у моделі трьох тіл для практичного заняття з фізики.

Останню запропоновану тему проєкту продемонструємо на прикладі моделювання відомого періодичного розв'язання задачі трьох тіл, так званої, орбіти «фігура-8». Модель створена засобами Python з використанням чисельного методу Рунге-Кутта четвертого порядку (RK4). Це рішення доводить, що навіть при складній динаміці існують стійкі та повторювані траєкторії, що становить значну дидактичну цінність у викладанні механіки. Нижче наводимо повний код (Python) програми з моделюванням орбіти «фігура-8»:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
G = 1.0
m1 = m2 = m3 = 1.0
r1 = np.array([-0.97000436, 0.24308753])
r2 = np.array([ 0.97000436, -0.24308753])
r3 = np.array([0.0, 0.0])
v1 = np.array([0.4662036850, 0.4323657300])
v2 = np.array([0.4662036850, 0.4323657300])
v3 = -2 * v1
y0 = np.hstack([r1, r2, r3, v1, v2, v3])
def deriv(y):
    r1 = y[0:2]; r2 = y[2:4]; r3 = y[4:6]
    v1 = y[6:8]; v2 = y[8:10]; v3 = y[10:12]
    def acc(ri, rj, rk, mj, mk):
        a = np.zeros(2)
        for r, m in ((rj, mj), (rk, mk)):
            dr = r - ri
            dist3 = np.linalg.norm(dr)**3
            a += G * m * dr / dist3
        return a
    a1 = acc(r1, r2, r3, m2, m3)
    a2 = acc(r2, r1, r3, m1, m3)
    a3 = acc(r3, r1, r2, m1, m2)
    return np.hstack([v1, v2, v3, a1, a2, a3])
def rk4_step(f, y, h):
    k1 = f(y)
    k2 = f(y + 0.5 * h * k1)
    k3 = f(y + 0.5 * h * k2)
    k4 = f(y + h * k3)
    return y + (h/6)*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)
steps = 5000
h = 0.005
Y = np.zeros((steps, 12))
Y[0] = y0.copy()
for i in range(steps-1):
    Y[i+1] = rk4_step(deriv, Y[i], h)
x1, y1 = Y[:,0], Y[:,1]
x2, y2 = Y[:,2], Y[:,3]
x3, y3 = Y[:,4], Y[:,5]
plt.figure(figsize=(6,6))
plt.plot(x1, y1, 'r', label='Body 1')
plt.plot(x2, y2, 'g', label='Body 2')
plt.plot(x3, y3, 'b', label='Body 3')
plt.legend()
plt.title("Figure-8 Three Body")
plt.axis('equal')
plt.grid(True)
plt.show()
```

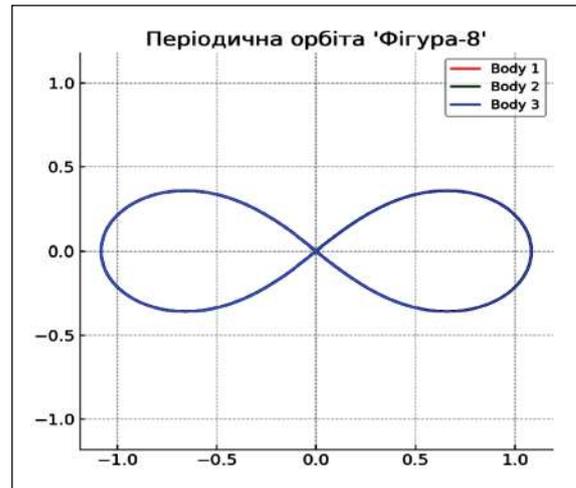


Рис. 1. Графічний результат виконання програми

Висновок. Розгляд задачі трьох тіл у курсі класичної механіки закладів вищої освіти є методично й дидактично доцільним, особливо в контексті підготовки майбутніх учителів фізики. Ця проблема посідає унікальне місце між фундаментальною теорією та сучасними міждисциплінарними підходами, дозволяючи продемонструвати як потужність класичної механіки, так і її об'єктивні межі.

Задача трьох тіл є наочним прикладом детермінованого хаосу в межах ньютонівської фізики, що дозволяє подолати спрощене уявлення про повну передбачуваність класичних законів. Її вивчення дозволяє подолати поширене серед студентів уявлення про класичну фізику як повністю передбачувану науку. Усвідомлення чутливості руху до початкових умов формує сучасне наукове мислення та коректне розуміння меж прогнозування фізичних процесів. Для майбутнього вчителя це особливо важливо, оскільки дає змогу пояснювати учням різницю між точними законами і практичними обмеженнями їх застосування. Важливим є й методичний потенціал задачі трьох тіл як основи для інтеграції фізики, математики та обчислювальних методів. Вона створює природний перехід від аналітичних моделей до чисельного моделювання, що відповідає сучасним вимогам цифровізації освіти. Залучення реальних астрономічних і космічних прикладів підвищує навчальну мотивацію та сприяє формуванню цілісної наукової картини світу.

Включення задачі трьох тіл у підготовку майбутніх учителів фізики має важливе педагогічне значення. Вона є ефективним інструментом розвитку критичного мислення, вміння аналізувати моделі, оцінювати припущення та коректно інтерпретувати результати. Майбутній учитель, який розуміє природу цієї проблеми, здатен якісніше пояснювати учням складні явища, формувати в них наукову культуру та інтерес до фізики як живої і динамічної науки.

Список використаних джерел:

- Newton I. The Principia: The Authoritative Translation and Guide. University of California Press, 2016. 992 p.
- Meyer K., Hall G., Offin D. Introduction to Hamiltonian Dynamical Systems and the N-Body Problem. Springer, 2009. 294 p.
- Barrow-Green J. Poincaré and the Three-Body Problem. American Mathematical Society, 1997. 272 p.

4. Barrow-Green J. Poincaré and the Three-Body Problem. Providence, RI; London: American Mathematical Society; London Mathematical Society, 1997. 272 p.
5. Szebehely V. Theory of Orbits: The Restricted Problem of Three Bodies. Academic Press, 1967. 684 p.
6. Murray C.D., Dermott S.F. Solar System Dynamics. Cambridge University Press, 1999. 592 p.
7. Sussman G., Wisdom J. Chaotic Evolution of the Solar System. *Science*, 1992. P. 56–62.
8. Міністерство освіти і науки України. Професійний стандарт «Вчитель закладу загальної середньої освіти». Наказ № 1225 від 29.08.2024. Київ: МОН, 2024. URL: <https://mon.gov.ua/npa/pro-zatverdzhennia-profesiinoho-standartu-vchytel-zakladu-zahalnoi-serednoi-osvity>
9. Міністерство освіти і науки України. Концепція «Нова українська школа» (The New Ukrainian School). Київ: МОН, 2017. 32 с. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Book-ENG.pdf>
10. Міністерство освіти і науки України. Концептуальні засади освітніх галузей та дорожня карта реалізації освітніх галузей на 2025-2030 роки: Наказ № 1163 від 20.08.2025. Київ: МОН, 2025. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/uploads/public/68a/5ca/156/68a5ca1564e55890491351.pdf>
11. Кабінет Міністрів України. Стратегія розвитку вищої освіти в Україні на 2022-2032 роки: Розпорядження КМУ № 286-р від 23.02.2022. Київ, 2022. URL: <https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-shvalennya-strategiyi-rozvitku-vyshchoyi-osviti-v-ukrayini-na-2022-2032-roki-286-r>
12. Міністерство освіти і науки України. Державний стандарт базової середньої освіти. Постанова КМУ № 898 від 30.09.2020. Київ, 2020. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-%D0%BF>

Ruslan POVEDA, Tetyana POVEDA

Kamianets-Podilskyi Ivan Ohienko National University

DIDACTIC POTENTIAL OF THE THREE-BODY PROBLEM IN TEACHING CLASSICAL MECHANICS TO FUTURE PHYSICS TEACHERS

Abstract. The article examines the necessity of integrating the three-body problem into the university course of classical mechanics for future physics teachers. Its methodological, scientific, and cognitive value is substantiated as an essential component that links classical mechanics with modern modelling approaches and chaos theory. It is demonstrated that studying the three-body problem contributes to the development of research, digital, analytical, methodological, and interdisciplinary competencies. The problem provides a transition from reproductive learning to an inquiry- and STEM-oriented

paradigm and serves as an important factor in modernizing physics education and fostering scientific thinking among future teachers.

Key words: three-body problem; classical mechanics; physics teacher training; chaos theory; mathematical modelling; STEM education; interdisciplinarity; scientific thinking; digital competencies.

References:

1. Newton I. The Principia: The Authoritative Translation and Guide. University of California Press, 2016. 992 p.
2. Meyer K., Hall G., Offin D. Introduction to Hamiltonian Dynamical Systems and the N-Body Problem. Springer, 2009. 294 p.
3. Barrow-Green J. Poincaré and the Three-Body Problem. American Mathematical Society, 1997. 272 p.
4. Barrow-Green J. Poincaré and the Three-Body Problem. Providence, RI; London: American Mathematical Society; London Mathematical Society, 1997. 272 p.
5. Szebehely V. Theory of Orbits: The Restricted Problem of Three Bodies. Academic Press, 1967. 684 p.
6. Murray C.D., Dermott S.F. Solar System Dynamics. Cambridge University Press, 1999. 592 p.
7. Sussman G., Wisdom J. Chaotic Evolution of the Solar System. *Science*, 1992. P. 56–62.
8. Ministerstvo osvity i nauky Ukrainy. Profesiinyi standart «Vchytel zakladu zahalnoi serednoi osvity». Nakaz № 1225 vid 29.08.2024. Kyiv: MON, 2024. URL: <https://mon.gov.ua/npa/pro-zatverdzhennia-profesiinoho-standartu-vchytel-zakladu-zahalnoi-serednoi-osvity>
9. Ministerstvo osvity i nauky Ukrainy. Kontseptsiia «Nova ukrainska shkola» (The New Ukrainian School). Kyiv: MON, 2017. 32 s. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Book-ENG.pdf>
10. Ministerstvo osvity i nauky Ukrainy. Kontseptualni zasady osvithnikh haluzei ta dorozhnia karta realizatsii osvithnikh haluzei na 2025-2030 roky: Nakaz № 1163 vid 20.08.2025. Kyiv: MON, 2025. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/uploads/public/68a/5ca/156/68a5ca1564e55890491351.pdf>
11. Kabinet Ministriv Ukrainy. Stratehiia rozvytku vyshchoi osvity v Ukraini na 2022-2032 roky: Rozporiadzhennia KMU № 286-r vid 23.02.2022. Kyiv, 2022. URL: <https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-shvalennya-strategiyi-rozvitku-vyshchoyi-osviti-v-ukrayini-na-2022-2032-roki-286-r>
12. Ministerstvo osvity i nauky Ukrainy. Derzhavnyi standart bazovoi serednoi osvity. Postanova KMU № 898 vid 30.09.2020. Kyiv, 2020. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-%D0%BF>

Отримано: 22.10.2025